



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ANTONIO FERREIRA DA SILVA

FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA EM ESTRELAS DE NÊUTRON COM A
MUDANÇA DAS CONSTANTES DE ACOPLAMENTO HÍPERON-MÉSON

Boa Vista

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM FÍSICA.

ANTONIO FERREIRA DA SILVA

**FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA EM ESTRELAS DE NÊUTRON COM A
MUDANÇA DAS CONSTANTES DE ACOPLAMENTO HÍPERON-MÉSON**

Dissertação apresentada como pré-requisito para
conclusão do Curso de Mestrado em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Teixeira de Oli-
veira

Boa Vista

2011

ANTONIO FERREIRA DA SILVA

**FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA EM ESTRELAS DE NÊUTRON COM A
MUDANÇA DAS CONSTANTES DE ACOPLAMENTO HÍPERON-MÉSON**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal de Roraima - UFRR como pré-requisito para conclusão do Curso de Mestrado em Física, defendida em 18 de Fevereiro de 2011 e avaliada pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. José Carlos Teixeira de Oliveira
Orientador/ Departamento de Física–UFRR

Prof. Dr. Ricardo de Sousa Costa
(Observatório Nacional–ON/RJ)

Prof. Dr. Ijanílio Gabriel de Araújo
(Departamento de Física–UFRR)

*Dedico esta dissertação aos meus pais,
Antonio Marques e Maria Ferreira
À minha esposa Elicéia Rodrigues e ao meu filho Davi Rodrigues,
de coração.*

AGRADECIMENTOS

- (*) Ao meu orientador e amigo, Prof. José Carlos Teixeira (DFIS–UFRR), pela assistência e incentivo na elaboração deste trabalho e por auxiliar-me em todos os momentos.
- (*) Ao meu filho Davi, à minha esposa Elicéia, aos meus pais Antonio Marques e Maria Ferreira pela paciência que tiveram comigo e o apoio dado.
- (*) Aos meus colegas da turma de mestrado Geisel Maia, Luzinete Vilanova, José Lindolfo, Denise Andrade, Renato Laureano Sá e Pedro Panero pela colaboração nos estudos durante o desenvolvimento deste trabalho e companheirismo.
- (*) Aos professores que ministraram as disciplinas: Prof. Dr. Ijanílio Gabriel de Araújo e Prof. Dr. Adriano Trindade de Barros.
- (*) A Deus.

RESUMO

No presente trabalho investigamos os efeitos da mudança das constantes de acoplamento entre os híperons (Δ , Λ , Σ e Ξ) e os mésons (σ , ω e ρ) tendo em vista sua aplicação na estrutura de estrelas de nêutron. Para tanto, adotamos o modelo de Walecka não-linear numa aproximação de campo médio. Neste modelo, o setor bariônico consiste do octeto de bárions de spin $\frac{1}{2}$ (n , p , Λ^0 , Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- , Ξ^0) e das ressonâncias bariônicas de spin $\frac{3}{2}$, representadas pela matéria composta de ressonâncias delta (Δ^- , Δ^0 , Δ^+ , Δ^{++}) e de Ω^- , que interagem entre si através dos campos mesônicos σ , ω e ρ , enquanto que no setor leptônico consideramos os elétrons e os múons. Utilizando os limites das constantes de acoplamento Δ -méson e dos demais híperons (Λ, Σ, Ξ)-méson determinamos a equação de estado e a população dos bárions e léptons. A partir da referida equação de estado obtida para a matéria estelar, resolvemos numericamente a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) para a estrutura interna de uma estrela esférica, e assim obtivemos as massas e raios das estrelas de nêutron.

Palavras-chave: Estrelas de Nêutron; Ressonâncias Delta; Modelo de Walecka Não-Linear; Aproximação de Campo Médio.

ABSTRACT

In the present work we investigated the effects of changing of the coupling constants between the hyperons (Δ , Λ , Σ and Ξ) and mesons (σ , ω and ρ) regarding its application in the structure of neutron stars. To this end, we adopted the non-linear Walecka model in the mean field approximation. In this model, the baryonic sector consists of the baryon octet of spin $\frac{1}{2}$ (n , p , Λ^0 , Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- , Ξ^0) and of the baryonic resonances of spin $\frac{3}{2}$, represented by the matter composed of the delta resonances (Δ^- , Δ^0 , Δ^+ , Δ^{++}) and by Ω^- , that interact through of the mesonic fields σ , ω and ρ , while that in the leptonic sector we consider the electrons and muons. Using the limits of the coupling constants Δ -meson and of the other hyperons (Λ , Σ , Ξ)-meson we determine the equation of state and the population of the baryons and leptons. From this equation of state obtained for the stellar matter, we solve numerically the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation (TOV) for the internal structure of spherical star, and so we obtained the masses and radii of neutron stars.

Keywords: Neutron Stars; Delta Resonances; Non-linear Walecka Model; Mean Field Approximation.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	
Lista de Tabelas	
1 INTRODUÇÃO	14
2 NASCIMENTO, VIDA E MORTE DAS ESTRELAS	17
2.1 A FASE PRÉ-ESTELAR	17
2.2 EVOLUÇÃO ESTELAR E NUCLEOSSÍNTESE	18
2.3 O DIAGRAMA HR	19
2.4 GIGANTE VERMELHA.....	21
2.5 SUPERGIGANTE VERMELHA	22
2.6 EVOLUÇÃO FINAL DAS ESTRELAS	23
2.6.1 Estrelas Anãs Brancas	23
2.6.2 Supernova	24
2.6.3 Estrelas de Nêutron.....	25
2.6.4 Buracos Negros	26
3 HADRODINÂMICA QUÂNTICA.....	27
3.1 O MODELO QHD-I.....	27
3.2 APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO (ACM)	30
3.3 EQUAÇÃO DE ESTADO QHD-I	31
3.4 O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR	33

3.5	O MODELO QHD-II	35
3.6	O MODELO QHD-II COM SUA EQUAÇÃO DE ESTADO	38
4	FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR COM A MUDANÇA DAS CONSTANTES DE ACOPLAMENTO HÍPERON- MÉSON.....	40
4.1	RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR	41
5	MATÉRIA DE RESSONÂNCIAS DELTA EM ESTRELAS DE NÊUTRON	57
5.1	EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF (TOV)	57
5.2	ESTRUTURA DE ESTRELA DE NÊUTRON COM A MATÉRIA COMPOSTA DE RESSONÂNCIAS DELTA	58
	CONCLUSÕES	70
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
	APÊNDICE A.....	76
	APÊNDICE B.....	78
	APÊNDICE C.....	80

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Diagrama HR. Figura retirada da Ref. (MARRANGHELLO, 2000).	20
Figura 4.1	Limites das constantes de acoplamento delta-méson da Ref. (KOSOV, 1998). 46	
Figura 4.2	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.	47
Figura 4.3	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).	48
Figura 4.4	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.	49
Figura 4.5	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).	50
Figura 4.6	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ e $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.	51
Figura 4.7	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ e $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em	

(a), e QCD + Set2 em (b).	52
Figura 4.8 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.	53
Figura 4.9 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$). Os resultados mostrados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.	54
Figura 4.10 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$). Os resultados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.	55
Figura 4.11 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$). Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.	56
Figura 5.1 Massa em função do raio de diferentes estrelas varrendo um intervalo de densidade central, mostrada para equações de estado com acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) e para aquelas indicadas na legenda, usando os valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.	61
Figura 5.2 Massa em função do raio de diferentes estrelas varrendo um intervalo de densidade central, mostrada para equações de estado com acoplamento universal e para aquelas indicadas na legenda, usando os valores da constante de acoplamento	

mento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b). 62

Figura 5.3 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD. 63

Figura 5.4 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente. 64

Figura 5.5 Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD. 65

Figura 5.6 Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente. 66

Figura 5.7 Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$

é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD. 67

Figura 5.8 Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente. 68

Figura 5.9 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$. O caso ($\alpha = 0.6, \beta = 1.0, \gamma = 1.0$) é mostrado em (a) e o caso ($\alpha = 1.0, \beta = 1.4, \gamma = 1.0$) é apresentado em (b). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon ($\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi$)-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 e QCD + Set2. 69

Figura 1 Elemento de volume no interior da estrela. Figura retirada da Ref. (MACIEL, 1999). 78

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Campos para os Modelos QHD. Tabela retirada da Ref. (OLIVEIRA, 2000).	27
Tabela 4.1	Conjunto de constantes de acoplamento híperon-méson da Ref. (CHIAPPARINI, 2009).	40
Tabela 4.2	Parâmetros do modelo da Ref. (GLENDENNING, 1991).	41
Tabela 4.3	Conjunto de parâmetros de massa para os Bárions e Léptons.	41

1 INTRODUÇÃO

Após a publicação da descoberta dos nêutrons por James Chadwick em fevereiro de 1932 (CHADWICK, 1932), Lev Landau especulou a possível existência das estrelas de nêutron (LANDAU, 1932). Em 1934, os astrônomos Walter Baade e Fritz Zwicky, em suas análises sobre as explosões de supernovas, propuseram que as estrelas de nêutron seriam formadas a partir das referidas explosões (BAADE, 1934).

Em 1939, foram realizados os primeiros cálculos de um modelo para as estrelas de nêutron, por Tolman (TOLMAN, 1939) e Oppenheimer e Volkoff (OPPENHEIMER, 1939). Eles aplicaram a equação de equilíbrio hidrostático da relatividade geral e admitiram que a estrela de nêutron seria formada por um gás ideal de nêutrons, e assim, estimaram para a massa de uma estrela de nêutron o valor limite de $0.75 M_{Sol}$.

A pesquisa sobre as estrelas de nêutron foi retomada no final dos anos 50, com os trabalhos de alguns pesquisadores, entre eles, Wheeler (1958) e Salpeter (1961), onde discutiram detalhadamente alguns modelos e suas respectivas equações de estado para as referidas estrelas (SHAPIRO, 1983).

Em 1962, com a descoberta das fontes de raios-X, não oriundas do Sol, por Giacconi et al. (GIACCONI, 1962), despertou um grande interesse pelo estudo das estrelas de nêutron. Este interesse levou alguns físicos teóricos a focalizarem suas atenções sobre as propriedades de equilíbrio de estrelas compactas e sobre o colapso estelar. Mas apesar do esforço, muitos físicos e astrônomos não levaram a sério a possibilidade de existência das estrelas de nêutron.

Em Julho de 1967, Jocelyn Bell, aluna de doutorado sob a supervisão de Anthony Hewish, em Cambridge (Inglaterra), detectou, através de um rádio-telescópio, os pulsos periódicos de ondas de rádio emitidos por objetos astronômicos, que se repetiam num intervalo de 1,33720113 segundos (HEWISH, 1968). Estas fontes de rádio foram assim chamadas de pulsares. Por esta

descoberta Anthony Hewish foi laureado com o prêmio Nobel de Física em 1974.

Em Maio de 1968, Thomas Gold sugeriu que estes pulsares eram estrelas de nêutron em rotação (GOLD, 1968).

As descobertas simultâneas dos pulsares de Caranguejo e Vela, em 1968, os quais estão situados em posições que os caracterizam como remanescentes da região central de supernovas, forneceram evidências de que as estrelas de nêutron são formadas a partir da explosão de supernovas.

Desde a descoberta dos pulsares Caranguejo e Vela, outros 250 foram descobertos ao longo dos anos 70. Hoje, o número total de pulsares chega a 1864 (MANCHESTER, 2009).

Em geral, o estudo das estrelas de nêutron tem por objetivo a confirmação das leis da física nuclear, em especial as propriedades da chamada matéria nuclear infinita. Essa matéria tem sua realização simples na região central de um núcleo, onde os efeitos de superfície não são levados em consideração, e onde também se faz abstração da presença das cargas elétricas (CHUNG, 2000).

Os dados observacionais referente às estrelas de nêutron podem servir para estabelecer limites para o valor da incompressibilidade K da matéria nuclear simétrica (número total de nêutrons igual ao de prótons), no estado fundamental. O valor mais aceito hoje é $K \approx 220$ MeV. Esta grandeza está relacionada com a equação de estado e seu valor é atualmente alvo de intensas pesquisas teóricas (CHUNG, 2000).

No presente trabalho consideramos o modelo de Walecka não-linear, com o objetivo de discutir a matéria estelar altamente densa, no contexto da aproximação de campo médio (SEROT, 1986). A proposta original, geralmente referida na literatura como Hadrodinâmica Quântica, QHD (Quantum HadroDynamics) resulta num tratamento renormalizável para sistemas envolvendo muitos corpos, incluindo de forma explícita os graus de liberdade nucleônicos e mesônicos (WALECKA, 1974). Recentes aplicações desta teoria incorporam explicitamente graus de liberdade para as ressonâncias bariônicas de massas superiores a dos núcleons (OLIVEIRA, 2007).

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: No primeiro capítulo, como vimos, fazemos uma introdução ao tema abordado. No segundo capítulo, descrevemos a evolução estelar. No terceiro capítulo, apresentamos o modelo de Walecka, mostrando como o mesmo

pode ser aplicado na obtenção de uma equação de estado para a matéria formada de bárions e mésons.

Como contribuições originais do presente trabalho, no quarto capítulo determinamos a equação de estado para a matéria hadrônica incluindo as ressonâncias delta e demais híperons, e no quinto capítulo fazemos a aplicação desta equação de estado para determinação da estrutura das estrelas de nêutron. Finalmente, no sexto capítulo, apresentamos as conclusões.

2 NASCIMENTO, VIDA E MORTE DAS ESTRELAS

Uma estrela nasce a partir de uma gigantesca nuvem de gás¹ e poeira² no meio interestelar. Esta nuvem tem movimento desordenado que cria flutuações na densidade levando a mesma a se condensar sob sua própria atração gravitacional. Assim é formado um núcleo levemente mais denso que em outras regiões da nuvem. Esta nuvem pode chegar à dimensões de centenas de anos-luz e massa da ordem de $10^7 M_{sol}$, tendo em algumas regiões uma temperatura de 10K e em outras uma temperatura de 2000K (MARRANGHELLO, 2000). Durante sua vida, a estrela tem muitas reações por meio da fusão termonuclear³, transformando elementos químicos mais leves como o hidrogênio em elementos mais pesados, como: hélio, carbono, oxigênio etc. O período de vida é de aproximadamente 10^6 a 10^{12} anos na sequência principal⁴ (KEPLER, 2004) (Ver Fig. 2.1), passando por outras fases evolutivas, chegando à sua morte, podendo se transformar numa Estrela Anã-Branca, numa Estrela de Nêutron ou num Buraco Negro (ALMEIDA, 2008).

2.1 A FASE PRÉ-ESTELAR

Nesta fase a nuvem começa a colapsar sob sua própria auto-gravitação. O colapso ocorre nas regiões mais afastadas do centro da nuvem. A taxa de agregação de massa no núcleo cresce com o aumento da temperatura inicial da nuvem. Para chegar a uma massa solar, o núcleo da nuvem leva aproximadamente 10^5 a 10^6 anos de acúmulo. A superfície da proto-estrela é aquecida em milhões de Kelvin através da transformação da energia potencial gravitacional em

¹O gás interestelar é constituído por aproximadamente 90% de hidrogênio, 9% de hélio e 1% de elementos mais pesados.

²A poeira interestelar é formada de silicatos (compostos de silício e oxigênio), carbono e ferro.

³O processo de fusão termonuclear ocorre quando dois núcleos mais leves transforma-se em outros mais pesados.

⁴No diagrama HR, as estrelas estão alinhadas na diagonal do extremo superior esquerdo, onde estão as estrelas mais quentes e mais luminosas ao extremo inferior direito onde se encontram as estrelas mais frias e com pouca luminosidade. Esta faixa é chamada de Sequência Principal.

energia térmica. A proto-estrela é o corço formado no centro da nuvem, mas ainda não é uma estrela propriamente dita, porque não é capaz de ocorrer reações nucleares no seu centro, mas podemos considerá-la um “embrião” da estrela.

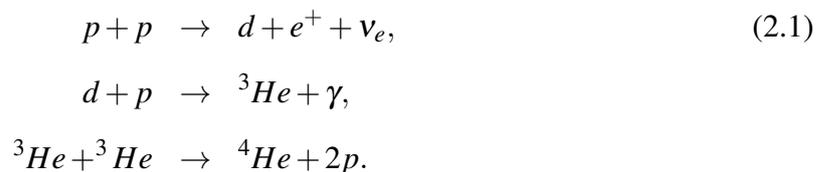
Através de sua própria auto-gravitação a proto-estrela se contrai, subindo sua temperatura e aumentando o gradiente de temperatura entre suas camadas centrais e da superfície, surgindo uma zona convectiva entre o seu caroço e as camadas externas. Quando a temperatura da proto-estrela atinge 10^6 K, passa a haver tunelamento da barreira coulombiana que possibilita as reações termonucleares, a estrela então pára de se contrair atingindo o equilíbrio hidrodinâmico. É o nascimento da estrela na seqüência principal (ALMEIDA, 2008).

2.2 EVOLUÇÃO ESTELAR E NUCLEOSSÍNTESE

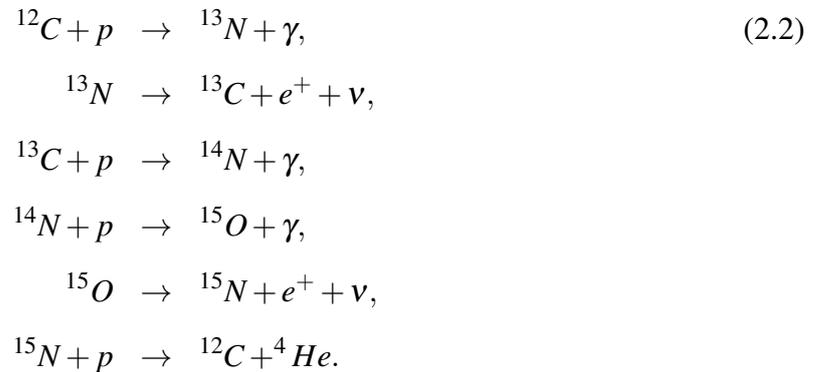
Após o hidrogênio ser todo consumido no núcleo, inicia a sua queima numa camada em volta do núcleo até que sua temperatura seja alta o suficiente para iniciar a queima do hélio no núcleo, produzindo um núcleo de carbono (ALMEIDA, 2008). Com o aumento da temperatura inicia a queima dos outros elementos (neônio, oxigênio, silício e ferro). Quando chega no ferro, as reações termonucleares cessam, pois é um processo endotérmico à fusão de ferro em elementos mais pesados.

No processo de fusão termonuclear gera uma quantidade de energia no interior da estrela, o suficiente para evitar o colapso gravitacional total da estrela exercida pelas camadas mais externas. As reações pp, ciclo CNO e ciclo 3α são algumas reações que estabelecem o equilíbrio hidrostático, as quais são descritas a seguir (KEPLER,2004):

Cadeias pp ($T \simeq 8 \times 10^6$ K):



Ciclo CNO ($T \geq 1,8 \times 10^7 \text{K}$):



Ciclo 3α ($T \simeq 10^8 \text{K}$):



Dependendo da massa inicial da estrela o processo de fusão pode ser acelerado devido à compressão gravitacional, pois quanto maior a massa, maior é a energia gravitacional, assim determinando o período de sua vida (MARRANGHELLO, 2000).

2.3 O DIAGRAMA HR

Os trabalhos independentes do dinamarquês Ejnar Hertzsprung (1873-1967), em 1911, e do americano Henry Norris Russell (1877-1957), em 1913, ficou conhecido como diagrama HR, que relaciona a luminosidade de uma estrela com sua temperatura superficial. Hertzsprung descobriu que estrelas de mesma cor podiam ser divididas entre luminosas, que as chamou de gigantes, e estrelas de baixa luminosidade, que as chamou de anãs. Tomando como exemplo o Sol e a estrela Capela que têm a mesma classe espectral, ou seja, a mesma cor, mas Capela é uma gigante, sendo 100 vezes mais luminosa que o Sol. Russel estendeu o trabalho de Hertzsprung para as estrelas mais quentes, graficando as 300 estrelas que já haviam sido medidas na época.

A magnitude absoluta⁵ (www.on.br) e a temperatura superficial de uma estrela são características determináveis quando se conhece as distâncias. A luminosidade pode ser encontrada a partir da magnitude aparente⁶ (www.on.br) e a temperatura, através de sua cor ou tipo espectral. A Figura 2.1 mostra o diagrama HR, para um grupo de estrelas próximas do Sol. Os

⁵A medida do brilho de uma estrela é conhecida como Magnitude Absoluta que pode ser definida como a magnitude aparente que uma estrela teria se ela fosse vista a uma distância de 32,6 anos-luz.

⁶A magnitude visual ou magnitude aparente é uma medida do brilho de um corpo celeste (estrela) visto a partir da Terra, ou seja, o brilho de uma estrela que aparece sem qualquer correção feita em relação à sua distância.

astrônomos adotam a convenção de que nesse diagrama a temperatura cresce para a esquerda e a luminosidade para cima. Nota-se que no diagrama HR as estrelas não estão distribuídas igualmente nele, mas se concentram em algumas partes. A maioria das estrelas estão alinhadas na diagonal que vai do extremo superior esquerdo (estrelas mais quentes e muito luminosas), até o extremo inferior direito (estrelas frias e pouco luminosas). Essa faixa ficou conhecida como *Sequência Principal* (KEPLER, 2004). O fator determinante da localização de uma estrela na

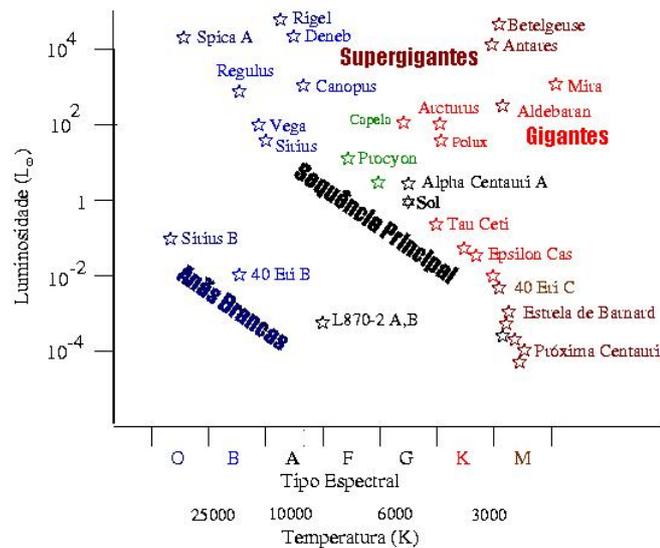


Figura 2.1: Diagrama HR. Figura retirada da Ref. (MARRANGHELLO, 2000).

sequência principal é a sua *massa*. As estrelas mais massivas têm maior luminosidade e são mais quentes. As estrelas concentradas no canto inferior esquerdo, as quais são quentes e com pouca luminosidade, são chamadas de anãs brancas. As anãs brancas são estrelas que cobrem um intervalo de temperatura e cores que abrange desde as mais quentes (azuis e brancas) com temperatura superficiais na ordem de $1,7 \times 10^5$ K até às mais frias (vermelhas) com $3,5 \times 10^3$ K.

É importante observar no diagrama HR que o fato de uma estrela estar ou não na sequência principal, não se refere à sua posição no espaço, mas sim com sua luminosidade e temperatura superficial. Acredita-se que 90% das estrelas nas vizinhanças do Sol estão na sequência principal, onde 25% das estrelas são anãs brancas e menos de 1% são gigantes ou supergigantes (KEPLER, 2004).

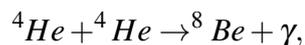
2.4 GIGANTE VERMELHA

Quando cerca de 10 a 15% do hidrogênio central de uma estrela tiver sido transformado em hélio (limite de Schenberg-Chandrasekhar), a pressão gerada pela queima do hidrogênio no núcleo não será mais suficiente para manter o equilíbrio. A estrela passa a sofrer transformações estruturais que a levam para a fase de gigante vermelha. Nessa fase a queima de hidrogênio continua nas camadas em torno do núcleo. O núcleo por ter perdido sua fonte de energia, contrai-se por força gravitacional e se aquece. Assim, a estrela torna-se mais densa, esquentando o envelope de hidrogênio nesta região, mantendo a luminosidade da estrela. A energia em excesso faz a estrela expandir aumentando o seu volume, mas não a sua luminosidade. Desse modo, sua temperatura efetiva decresce, e a estrela move-se para a direita do diagrama HR. Com o passar do tempo, o núcleo de hélio continua a colapsar e esquentar atingindo a temperatura de 50 milhões de Kelvin (BARBUY, 1983). A taxa de liberação de energia pelas camadas de hélio é aproximadamente 100 vezes maior que a da sequência principal, ocorrendo uma mudança na opacidade do material periférico. Assim, a luminosidade da estrela cresce, enquanto o raio continua a crescer também, mas não tanto quanto antes.

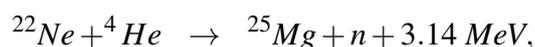
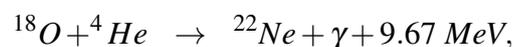
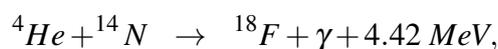
Dessa maneira a gigante vermelha é formada num objeto volumoso e luminoso. Para uma estrela com $1 M_{Sol}$, este evento ocorre 10,6 bilhões de anos depois que a estrela entrou na sequência principal. Quando o Sol chegar a uma gigante vermelha terá um brilho 1000 vezes maior que atualmente (BARBUY, 1983).

O núcleo da gigante vermelha tem uma densidade da ordem de 10^5 g/cm^3 e temperatura da ordem de 10^8 K .

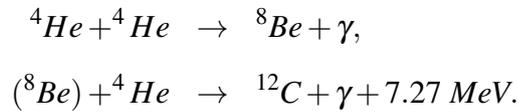
Veja as seguintes reações que podem ocorrer na gigante vermelha:



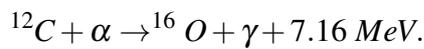
mas ${}^8\text{Be}$ é instável e quebra em $2({}^4\text{He})$,



nessas reações há pouco ^{14}N e as barreiras elétricas aumentam a cada processo. Descobriu-se que:



Essas reações são aproximadamente 10% da energia liberada por queima do hidrogênio: Uma gigante vermelha queimando ${}^4\text{He}$ poderia então ter uma luminosidade $L = 100 L_{\text{Sol}}$. Continuando as reações na gigante vermelha, temos:

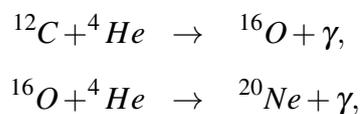


A cadeia pára por aqui, pois poucos elementos mais pesados do que ${}^{16}\text{O}$ ocorrem nessa fase (KEPLER, 2004).

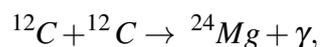
2.5 SUPERGIGANTE VERMELHA

Quando todo hélio da estrela gigante vermelha acaba, ela passa para fase de supergigante vermelha. Nessa fase a evolução se dá mais rápida porque sua temperatura e a barreira coulombiana ficam cada vez mais altas, com isso são fundidos elementos mais pesados, tais como: carbono, oxigênio e silício.

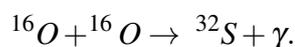
Nas estrelas supergigantes vermelhas com temperatura acima de 10^8K ocorrem as reações:



e em estrelas acima de $5 \times 10^8\text{K}$, têm-se:



e superior a 10^9K



Por fim, em estrelas com temperatura de $3 \times 10^9\text{K}$ acontece a queima do enxofre que produz elementos com massas mais próximas a do ferro, onde ocorre o máximo da energia

de ligação por partículas. Nesse momento as reações deixam de ser exotérmicas e passam a ser endotérmicas, onde o ferro não pode mais se fundir em elementos mais pesados devido a barreira colombiana ser muito alta.

Os núcleos mais pesados que o ferro, são provavelmente formados com a captura de nêutrons dos núcleos do grupo do ferro. Durante a evolução das estrelas massivas, a captura de nêutron acontece num intervalo de 10^4 anos em média. O tempo do decaimento β em geral é menor que esse intervalo, que favorece a formação dos núcleos estáveis como o chumbo. A captura lenta de nêutron dá-se pelo processo-s⁷ e a captura mais frequente que o decaimento β , ou seja, mais rápida é chamado de processo-r⁸. Assim, são criados núcleos com número atômico altos, o que caracteriza a criação de núcleos mais pesados que o chumbo. Na explosão de supernovas há grande concentração de nêutrons (DEXHEIMER, 2006).

2.6 EVOLUÇÃO FINAL DAS ESTRELAS

2.6.1 Estrelas Anãs Brancas

Com a escassez do hidrogênio contido no núcleo da estrela, o processo de fusão nuclear não gera energia suficiente para suportar o seu peso, acontecendo um novo colapso. O núcleo passa a ser formado por hélio e o restante do hidrogênio fica nas camadas mais externas da estrela. Este novo colapso não será total, como no caso anterior, e um novo processo de fusão terá início, transformando hélio em elementos mais pesados, gerando energia necessária para equilibrar a energia do colapso gravitacional. Este processo pode se repetir para outros elementos mais pesados, dependendo da massa da estrela.

Em estrelas com massas menores que $8 M_{Sol}$, formam-se além do hidrogênio em hélio, o carbono e o oxigênio. Esta estrela irá colapsar por várias vezes, mas o seu último colapso não será feito totalmente. A evolução final desta estrela ocorre momentos antes de alcançar a energia necessária para formar novos núcleos, atingindo uma região onde a pressão de degenerescência dos elétrons contidos em seu interior impede o final deste colapso. Formam-se então as Estrelas Anãs Brancas. Esta estrela tem raio de aproximadamente 6000 km , com massa da ordem de

⁷O processo-s ocorre durante a fase de gigante vermelha, onde núcleos pesados podem capturar nêutrons livres de baixas energias produzidos principalmente por reações de fusão envolvendo carbono e oxigênio.

⁸O processo-r deve ocorrer durante a explosão de uma supernova. A onda de choque gerada durante a explosão, ao atravessar as camadas mais externas e frias da estrela, libera uma grande quantidade de nêutrons, os quais podem ser capturados pelos núcleos.

$1 M_{Sol}$ e temperatura de 8000 K em sua superfície. Sua aparência é esbranquiçada, dando origem ao seu nome. As estrelas anãs brancas ainda são visíveis no diagrama HR, devido a uma pequena emissão de fótons em sua superfície, onde com o fim da emissão desses fótons a estrela passa a ser chamada de anã preta (MARRANGHELLO, 2000).

A existência de um limite de massa para as estrelas anãs-brancas foi prevista pelo físico russo Lev Davidovich Landau (1908-1968) em 1932. Contudo, foi o físico indiano Subrahmanyan Chandrasekhar quem, anos depois, em 1939, conseguiu obter um valor numérico para esse limite, hoje conhecido como limite de massa de Chandrasekhar e que lhe valeu o prêmio Nobel de Física de 1983. Este limite é $M_{ch} = 1,44M_{Sol}$, se a matéria estelar for composta de hélio (OLIVEIRA, 1998).

2.6.2 Supernova

Se uma estrela iniciar sua vida possuindo uma massa maior que $10 M_{Sol}$, após a fase de supergigante vermelha, ela ejetará a maior parte de sua massa em uma explosão de supernova (KEPLER, 2004)

Por alguns dias, ela se torna tão brilhante quanto uma galáxia. A matéria ejetada no meio interestelar se esfria, sendo mais adiante matéria-prima para formação de novos sistemas estelares, assim como o nosso sistema solar. Isto explica a existência dos elementos mais pesados que o ferro no nosso meio, pois esses elementos não podem ser produzidos no núcleo estelar por fusão termonuclear, e sim em explosões de supernovas.

A *supernova* (SN) ou o plural *supernovae* (SNe), representa o fim da vida de muitas estrelas. Durante essa explosão, uma massa de $1 - 10 M_{Sol}$ é ejetada no meio interestelar a velocidades da ordem de dez por cento da velocidade da luz.

Algumas supernovae podem produzir objetos compactos como as estrelas de nêutron e buracos negros, e também podem liberar restos extensos que são ejetados para fora e conduzem ondas de choque para o meio interestelar. Essa energia pode formar novas estrelas ou empurrar matéria para fora de galáxias quentes.

O brilho da supernova pode ser usado para determinar distâncias, idade, forma e dinâmica do universo.

Segundo os estudos sobre supernovae em outras galáxias, Rudolph Minkowski (1895-

1976), classificou em dois tipos, baseados na presença ou não de hidrogênio no espectro observado, que são (KEPLER, 2004):

1-Tipo I: Caracterizado pela ausência de hidrogênio no espectro, tendo hoje a seguinte divisão:

a) Tipo Ia: Compreende 80% da SNe de tipo I, sendo explosões de antigas estrelas, com o tempo de vida da ordem de 10^9 anos e de baixa massa, algo em torno de 3 – 8 M_{sol} . No estágio de brilho máximo, os espectros apresentam forte absorção de linhas de silício. No cenário padrão, esta SN ocorre em sistemas binários, onde uma anã branca acreta a massa da estrela secundária atingindo o limite de massa de Chandrasekhar ($1.44M_{sol}$) e em seguida explode em uma reação termonuclear;

b) Tipo Ib: Em tais SNe apresentam linhas fortes de hélio e pouco silício. Essas SNe são estrelas maciças que colapsam;

c) Tipo Ic: Possui espectro semelhante ao Tipo Ib, mas sem as linhas de hélio;

2-Tipo II: As supernovae desse tipo exibem linhas de hidrogênio em seus espectros. Estas SNe ocorrem devido ao colapso do caroço de estrelas no intervalo entre 10 – 30 M_{sol} (ALMEIDA, 2008).

2.6.3 Estrelas de Nêutron

As estrelas de nêutron são objetos compactos com densidade da ordem de $10^{15}g/cm^3$ e raios da ordem de 10 km. São compostas por nêutrons e um pequeno percentual de prótons, elétrons, etc. O limite máximo de massa para esses objetos foi inicialmente de $0.75M_{sol}$ (TOLMAN, 1939; OPPENHEIMER, 1939). Estimativas mais recentes indicam que esse limite seja da ordem de duas ou três massas solares (ÖZEL, 2006). As estrelas com massas maiores que esse limite podem entrar em colapso e originar um buraco negro.

Estrelas de nêutron são formadas, em geral, de explosões de Supernovas do tipo II, quando estrelas massivas da ordem de dez ou mais massas solares esgotam o seu combustível nuclear depois de bilhões de anos. Se o caroço de ferro no centro da estrela for maior que uma massa solar e meia, a estrela sofre um colapso gravitacional em alguns segundos, e tem uma morte violenta.

Durante o colapso da estrela, os prótons do núcleo de ferro ^{56}Fe capturam elétrons convertendo-os em nêutrons e neutrinos. Quando o colapso atinge a densidade de núcleos atômicos, a força nuclear forte passa ter uma componente repulsiva, e a contração é cessada com o aumento da pressão (ALMEIDA, 2008). A quantidade da energia liberada na formação de uma estrela de nêutron é cerca de mil vezes mais do que o necessário para expelir as camadas externas da estrela.

Certas estrelas de nêutron com alta rotação apresentam um desalinhamento entre seu campo magnético e seu eixo de rotação. Elas emitem radiação de dipolo na forma de ondas de rádio que parecem pulsos que se alternam como a luz de uma farol. Estas estrelas ficaram conhecidas como “pulsares” porque a radiação chega em forma de pulsos. Os pulsares foram descobertos pela primeira vez por Bell e Hewish em 1967 (HEWISH, 1968), e após os seus primeiros registros, já foram catalogados milhares de pulsares (MANCHESTER, 2009).

2.6.4 Buracos Negros

Para estrelas que iniciam sua vida possuindo uma massa entre 25 e 100 M_{Sol} , após a fase de explosão de supernova, restará um buraco negro, com massa da ordem de 6 M_{Sol} , e raio do horizonte⁹ menor que 20 km (KEPLER, 2004).

O buraco negro é uma região do espaço onde toda matéria da estrela colapsou e nenhum objeto material, luz ou sinal, consegue escapar, por causa do campo gravitacional que é muito intenso nessa região.

Os modelos de buraco negro são baseados na Teoria da Relatividade Geral, demonstrando que se uma quantidade qualquer de matéria for suficientemente comprimida dentro de um raio crítico, conhecido como raio de Schwarzschild, nenhum sinal pode escapar dele. Vale ressaltar que o buraco negro não é um objeto sólido, e sim uma região do espaço cujo o raio depende da matéria que caiu em seu interior. Em muitos casos, as estrelas colapsam formando objetos compactos como, por exemplo, as estrelas de nêutrons e anãs brancas, mas pode existir estrelas que continuam a colapsar toda sua matéria até que esteja num ponto de densidade infinita, esse ponto é conhecido como singularidade. Mas antes que toda matéria colapsante chegar à singularidade, terá passado no raio de Schwarzschild, formando o buraco negro.

⁹O raio do horizonte, ou raio Schwarzschild é a distância ao buraco negro dentro da qual nem a luz escapa: $R_{Sch} = 2GM/c^2$.

3 HADRODINÂMICA QUÂNTICA

A Hadrodinâmica Quântica, conhecida na literatura como QHD (Quantum Hadrodynamics), é uma teoria quântica relativística, proposta por Walecka em 1974 (WALECKA, 1974), que tem como objetivo descrever a interação entre os hádrons por meio da troca de mésons. Os hádrons são partículas que interagem através da força nuclear forte. Utilizaremos assim o modelo proposto por Walecka para explicar as interações hadrônicas. A QHD é dividida em QHD-I, admitindo os mésons σ e ω , e QHD-II onde acrescenta-se os mésons ρ e π (Ver Tabela 3.1).

	Campos	Spin	Partículas
Campos para o Modelo QHD - I	Ψ	$\frac{1}{2}$	núcleon
	σ	0	méson escalar neutro σ
	ω_μ	1	méson vetorial neutro ω
Campos adicionais para o Modelo QHD - II	π	0	méson pseudoescalar carregado π
	ρ_μ	1	méson vetorial carregado ρ

Tabela 3.1: Campos para os Modelos QHD. Tabela retirada da Ref. (OLIVEIRA, 2000).

Os modelos aqui apresentados serão utilizados para obtermos uma equação de estado para a matéria hadrônica à temperatura zero, ou seja, no estado fundamental, usando a aproximação de campo médio, em um sistema de muitos corpos (ALMEIDA, 2008). Neste capítulo utilizamos o sistema natural de unidades $\hbar = c = 1$, e as convenções e notações usadas por Bjorken e Drell (BJORKEN, 1965).

3.1 O MODELO QHD-I

Neste modelo considera-se que os prótons e os nêutrons não possuam estrutura interna, ou seja, eles são apresentados como partículas elementares. A interação entre os núcleons (prótons e nêutrons) é descrita pelo acoplamento do campo bariônico Ψ com os campos mesônicos:

escalar σ e vetorial ω_μ , onde σ é introduzido para descrever a parte atrativa da interação, enquanto que ω_μ descreve a parte repulsiva. A densidade lagrangeana deste modelo é dada por (SEROT, 1986):

$$\mathcal{L}_I = \bar{\Psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \quad (3.1)$$

onde γ_μ representa as matrizes de Dirac (Ver Apêndice A). O tensor antisimétrico $\omega_{\mu\nu}$ é definido por

$$\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu \quad (3.2)$$

e m_N , m_σ e m_ω representam as massas dos núcleons, do méson escalar e do méson vetorial, respectivamente.

A interação entre os núcleons e os mésons ω_μ e σ são representados pelos termos $g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \omega^\mu$ e $g_\sigma \bar{\Psi} \Psi \sigma$, onde g_ω e g_σ são as constantes de acoplamento vetorial e escalar, respectivamente.

Como pode ser visto, o primeiro termo da equação (3.1) é a lagrangeana de Dirac para os férmions livres, acrescida da energia de interação com os mésons ω e σ ; o segundo é a lagrangeana para os bósons escalares livres; enquanto que o terceiro e o quarto, correspondem à lagrangeana de um campo vetorial massivo.

Utilizando as equações de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial \left(\frac{\partial q_i}{\partial x^\mu} \right)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial q_i} = 0 \quad (3.3)$$

com as coordenadas generalizadas do sistema $q_i = \sigma, \omega_\mu, \Psi$, obtém-se as seguintes equações de movimento:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\Psi} \Psi, \quad (3.4)$$

$$\partial_\nu \omega^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi, \quad (3.5)$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi = 0. \quad (3.6)$$

A equação (3.4) é conhecida na literatura como equação de Klein - Gordon com uma fonte escalar, enquanto que a equação (3.5) é a equação de Proca, onde o termo de fonte

$$J_B^\mu \equiv \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \quad (3.7)$$

representa a corrente bariônica, sendo

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0 \quad (3.8)$$

o conjugado de Dirac associado ao operador Ψ . A corrente bariônica obedece a equação da continuidade

$$\partial_\mu J_B^\mu = 0, \quad (3.9)$$

que se conserva. E por último, a equação (3.6) é a equação de Dirac para os núcleons.

O tensor energia-momento é definido por (FETTER, 1980; SEROT, 1986)

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_I + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial \left(\frac{\partial q_i}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu}, \quad (3.10)$$

o qual é obtido através do estudo em mecânica dos meios contínuos, onde $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowsky:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Substituindo-se as equações (3.1) e (3,6) na equação (3.10), temos

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left[-\partial_\lambda \sigma \partial^\lambda \sigma + m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \omega_{\lambda\rho} \omega^{\lambda\rho} - m_\omega^2 \omega_\lambda \omega^\lambda \right] g_{\mu\nu} + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + \partial_\nu \omega^\mu \omega_{\nu\mu} + i \bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi \quad (3.12)$$

O valor esperado do tensor energia-momento para um fluido uniforme é dado por

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + P) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu} \quad (3.13)$$

sendo P a pressão, ε a densidade de energia, $u_\mu = \frac{dx_\mu}{dt} = (1, \mathbf{u})$ é o quadrivetor velocidade que está relacionado ao movimento do fluido. O quadrivetor satisfaz $u_\mu^2 = 1$, e para um fluido em repouso tem-se $u_\mu = (1, \mathbf{0})$, permitindo mostrar que

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle \quad (3.14)$$

e

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle. \quad (3.15)$$

Assim, conhecendo a lagrangeana do sistema permite-nos encontrar a pressão e a densidade de

energia, ou seja, a equação de estado, determinando-se o valor esperado do tensor $T_{\mu\nu}$ (OLIVEIRA, 2000).

3.2 APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO (ACM)

Podemos ver que as equações de movimento (3.4), (3.5) e (3.6) formam um sistema de equações diferenciais não-lineares acopladas para os campos Ψ , σ e ω_μ , dificultando a obtenção de uma solução exata. Porém, há uma solução aproximada, pois quando os termos de fonte do lado direito das equações (3.4) e (3.5) se tornam maiores, ou seja, quando a densidade nuclear aumenta, os operadores dos campos mesônicos podem ser substituídos por seus respectivos valores médios relativos ao estado fundamental do sistema. Este método é conhecido como *aproximação de campo médio* e foi proposto por Walecka.

Seguindo o método acima, podemos, então, substituir os operadores dos campos mesônicos por seus valores médios:

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0, \quad (3.16)$$

e

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0. \quad (3.17)$$

Com a substituição dos operadores dos campos mesônicos por seus valores médios, eles passam a ser tratados como campos clássicos, removendo assim as flutuações quânticas. Isso faz com que os núcleons movimentem-se como partículas independentes interagindo através de um campo médio comum a todas. Agora, o problema de muitos corpos transforma-se num problema de um corpo submetido a um potencial efetivo.

Para um sistema uniforme e estacionário, os campos mesônicos σ_0 e ω_0 são independentes de x_μ . Assim, as equações de campo (3.4) e (3.5) tornam-se

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \equiv \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad (3.18)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle \equiv \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B, \quad (3.19)$$

onde o termo de fonte para o campo σ_0 médio, mostrado na equação (3.4), é a densidade escalar

ρ_s , definida por

$$\rho_s \equiv \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \quad (3.20)$$

e o termo de fonte do campo ω_0 , da equação (3.5), representa a densidade bariônica (número de bárions por unidade de volume), dada por

$$\rho_B \equiv \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle \quad (3.21)$$

Observe nas equações (3.18) e (3.19) para os campos mesônicos σ_0 e ω_0 , que é necessário que os mésons sejam massivos, isto é, $m_\sigma \neq 0$ e $m_\omega \neq 0$.

Substituindo os campos mesônicos σ_0 e ω_0 na equação (3.6) para o campo de Dirac, temos a equação linear

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - m_N^*] \Psi = 0, \quad (3.22)$$

onde m_N^* define a massa efetiva dos núcleons no meio,

$$m_N^* = m_N - g_\sigma \sigma_0. \quad (3.23)$$

Observe que os bárions têm sua massa efetiva reduzida sob à ação do campo médio σ_0 .

3.3 EQUAÇÃO DE ESTADO QHD-I

A densidade lagrangeana representada na equação (3.1) pode ser escrita, em termos dos campos médios σ_0 e ω_0 , como

$$\mathcal{L}_I^{(ACM)} = \bar{\Psi} [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - m_N^*] \Psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2, \quad (3.24)$$

onde Ψ é a única variável quântica que permanece, e o tensor energia-momento, torna-se

$$(T_{\mu\nu})_{ACM} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_I^{(ACM)} + \frac{\partial \mathcal{L}_I^{(ACM)}}{\partial \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial \Psi}{\partial x^\nu}, \quad (3.25)$$

$$(T_{\mu\nu})_{ACM} = i\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi - \left(\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 \right) g_{\mu\nu}, \quad (3.26)$$

e assim as componentes (T_{00}) e (T_{ii}) do tensor energia-momento são

$$(T_{00})_{ACM} = \Psi^\dagger i \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2, \quad (3.27)$$

$$(T_{ii})_{ACM} = \Psi^\dagger (-i\vec{\alpha} \cdot \nabla) \Psi + \frac{3}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{3}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2. \quad (3.28)$$

Podemos encontrar a densidade de energia e a pressão usando as equações (3.14) e (3.15),

$$\varepsilon = \Psi^\dagger \left[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m_N^* + g_\omega \omega_0 \right] \Psi - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2, \quad (3.29)$$

$$P = \frac{1}{3}\Psi^\dagger \left(-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \Psi + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2. \quad (3.30)$$

onde foi usada a equação (3.22) para obter (3.29).

A equação para a densidade bariônica relacionada ao momento de fermi k_F é dada por

$$\rho_B = \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3, \quad (3.31)$$

onde $\gamma \equiv \sum_i (2S_i + 1)$ é a degenerescência de spin, sendo S_i o spin de cada espécie de partícula. Temos $\gamma = 4$ e $\gamma = 2$ para a matéria nuclear e de nêutrons, respectivamente.

As expressões para a densidade de energia e pressão no estado fundamental, são agora escritas como

$$\varepsilon = g_\omega \omega_0 \rho_B - \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k, \quad (3.32)$$

e

$$P = \frac{1}{2}g_\omega \omega_0 \rho_B - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k. \quad (3.33)$$

Eliminando ω_0 e σ_0 nas últimas duas equações, através das equações (3.19) e (3.23), temos

$$\varepsilon = \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 + \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k, \quad (3.34)$$

e

$$P = \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 - \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k, \quad (3.35)$$

onde $C_v \equiv g_\omega \left(\frac{m_N}{m_\omega} \right)$ e $C_S \equiv g_\sigma \left(\frac{m_N}{m_\sigma} \right)$.

As expressões (3.34) e (3.35) fornecem equação de estado da matéria nuclear à temperatura zero para o modelo QHD-I.

A massa efetiva m_N^* pode ser obtida substituindo-se (3.18) em (3.23). Isto pode ser feito também minimizando a densidade de energia $\varepsilon(m_N^*)$ em relação a m_N^* , obtendo a relação

autoconsistente

$$m_N^* = m_N - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{m_N^*}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k. \quad (3.36)$$

Resolvendo a integral da equação (3.36), obtemos

$$m_N^* = m_N - \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{\gamma m_N^*}{4\pi^2} \left[k_F E_F^* - m_N^{*2} \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{m_N^*} \right) \right], \quad (3.37)$$

onde $E_F^* = (k_F^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}$.

Nesta teoria, há dois parâmetros que precisam ser discutidos, a saber: a incompressibilidade da matéria nuclear saturada, definida por (BARON, 1985)

$$K(\rho_0) = 9\rho_0^2 \left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_B^2} \right]_{\rho_B = \rho_0}, \quad (3.38)$$

e a energia de simetria (SEROT, 1979; MATSUI, 1981)

$$a_4 = \frac{1}{2} \rho_B \left[\left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho_3^2} \right)_{\rho_B} \right]_{\rho_3=0} = \frac{g_\rho^2}{12\pi^2 m_\rho^2} k_F^3 + \frac{1}{6} \frac{k_F^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.39)$$

onde ρ_3 e g_ρ são grandezas associadas ao méson ρ que não estão presentes no modelo QHD-I, sendo assim o primeiro termo do membro direito da equação (3.39) é identicamente nulo.

O valor da incompressibilidade previsto pelo modelo QHD-I é de 540 MeV , o qual não concorda com o valor experimental, estimado em $210 \pm 30 \text{ MeV}$ (BLAIZOT, 1976; BLAIZOT, 1980). No entanto, verifica-se um desacordo menor para a energia de simetria a_4 , cujo valor teórico é de 22.1 MeV , contra o valor empírico de 33.2 MeV .

3.4 O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR

Para sanar a falha no modelo QHD-I ao prever para a incompressibilidade da matéria nuclear, na densidade de saturação, um resultado extremamente grande quando comparado com o resultado experimental, foram introduzidos, na densidade lagrangeana (3.1), termos cúbico e quártico em σ , o que corresponde a uma auto-interação do campo escalar. Assim, no modelo não-linear, como é chamado, a densidade lagrangeana é dada por (BOGUTA, 1977)

$$\mathcal{L}_I = \bar{\Psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \quad (3.40)$$

$$\frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - U(\sigma), \quad (3.41)$$

onde

$$U(\sigma) = \frac{1}{3}bm_N(g_\sigma\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_\sigma\sigma)^4, \quad (3.42)$$

representa a energia de auto-interação do campo escalar σ , sendo b e c constantes que podem ser ajustadas para se obter o valor desejado da incompressibilidade, de acordo com as expectativas experimentais e observacionais.

As equações de movimento para os campos, são:

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma\bar{\Psi}\Psi - bm_N(g_\sigma\sigma)^2 - c(g_\sigma\sigma)^3, \quad (3.43)$$

$$\partial_\nu\omega^{\nu\mu} + m_\omega^2\omega^\mu = g_\omega\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi, \quad (3.44)$$

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - g_\omega\omega_\mu) - (m_N - g_\sigma\sigma)]\Psi = 0. \quad (3.45)$$

Aplicando-se a aproximação de campo médio (ACM) nas equações de movimento acima e lembrando que, no estado fundamental de um sistema com simetria esférica no espaço dos momentos, os valores médios das componentes espaciais do campo vetorial são todos nulos, encontramos

$$g_\sigma\sigma_0 = \frac{C_S^2}{m_N^2}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle - \frac{C_S^2}{m_N} \frac{b}{g_\sigma^3}(g_\sigma\sigma_0)^2 - \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{c}{g_\sigma^4}(g_\sigma\sigma_0)^3, \quad (3.46)$$

$$g_\omega\omega_0 = \frac{C_v^2}{m_N^2}\langle\Psi^\dagger\Psi\rangle, \quad (3.47)$$

$$[i\gamma_\mu\partial^\mu - g_\omega\gamma^0\omega_0 - m^*]\Psi = 0, \quad (3.48)$$

onde $C_v \equiv g_\omega\left(\frac{m_N}{m_\omega}\right)$ e $C_S \equiv g_\sigma\left(\frac{m_N}{m_\sigma}\right)$.

Para obtermos a massa efetiva m_N^* substitui-se a equação (3.46) em (3.23), logo

$$m_N^* = m_N + \frac{C_S^2}{m_N} \frac{b}{g_\sigma^3}(m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{c}{g_\sigma^4}(m_N - m_N^*)^3 - \frac{C_S^2}{m_N^2}\langle\bar{\Psi}\Psi\rangle. \quad (3.49)$$

As expressões para a densidade de energia e pressão são deduzidas seguindo o mesmo procedimento descrito na seção anterior, de modo que

$$\varepsilon = U(\sigma_0) + \frac{m_N^2}{2C_S^2}(g_\sigma\sigma_0)^2 + \frac{C_v^2}{2m_N^2}\rho_B^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k, \quad (3.50)$$

$$P = -U(\sigma_0) - \frac{m_N^2}{2C_S^2}(g_\sigma\sigma_0)^2 + \frac{C_v^2}{2m_N^2}\rho_B^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k. \quad (3.51)$$

3.5 O MODELO QHD-II

Neste modelo, que é uma extensão do modelo QHD-I, adiciona-se, além dos mésons σ e ω , os mésons π e ρ . A inclusão do méson ρ permite a descrição de sistemas assimétricos (número total de nêutrons diferente do de prótons).

Este modelo tem a densidade lagrangeana dada por (SEROT, 1986):

$$\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_I + \mathcal{L}_{\pi N} + \mathcal{L}_{\rho N} + \mathcal{L}_{\pi}^0 + \mathcal{L}_{\rho}^0, \quad (3.52)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi N} &= -ig_{\pi}\pi \cdot (\bar{\Psi}_N \gamma_5 \tau \Psi_N), \\ \mathcal{L}_{\rho N} &= \frac{i}{2}g_{\rho}\bar{\Psi}_N \gamma^{\mu} \tau \cdot \rho_{\mu} \Psi_N, \\ \mathcal{L}_{\pi}^0 &= \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\pi \cdot \partial^{\mu}\pi - m_{\pi}^2\pi \cdot \pi) + \frac{1}{2}g_{\sigma\pi}m_{\sigma}\pi \cdot \pi\sigma, \\ \mathcal{L}_{\rho}^0 &= \frac{1}{2}m_{\rho}^2\rho_{\mu} \cdot \rho^{\mu} - \frac{1}{4}\rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.53)$$

e \mathcal{L}_I é a densidade lagrangeana do modelo QHD-I, como pode ser vista na equação (3.1).

As correspondentes equações de movimento, são dadas por:

$$\left[\gamma_{\mu} \left(i\partial^{\mu} - g_{\omega}\omega_{\mu} - \frac{1}{2}g_{\rho}\tau \cdot \rho_{\mu} \right) - (m_N - g_{\sigma}\sigma) \right] \Psi_N = 0, \quad (3.54)$$

$$(\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m_{\sigma}^2)\sigma = g_{\sigma}\bar{\Psi}_N \Psi_N, \quad (3.55)$$

$$\partial_{\nu}\omega^{\nu\mu} + m_{\omega}^2\omega^{\mu} = g_{\omega}\bar{\Psi}_N \gamma^{\mu} \Psi_N, \quad (3.56)$$

$$(\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m_{\pi}^2)\pi = g_{\pi}\bar{\Psi}_N \gamma_5 \tau \Psi_N, \quad (3.57)$$

$$\partial_{\mu}\rho^{\mu\nu} + m_{\rho}^2\rho^{\nu} = \frac{1}{2}g_{\rho}\bar{\Psi}_N \gamma^{\nu} \tau \Psi_N, \quad (3.58)$$

onde

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\rho_{\nu} - \partial_{\nu}\rho_{\mu} - g_{\rho}(\rho_{\mu}x\rho_{\nu}). \quad (3.59)$$

e a matriz γ_5 é definida por $\gamma_5 \equiv \gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

O méson π é completamente especificado por um tripleto de campos reais

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix}, \quad (3.60)$$

onde os campos para cada estado de carga podem ser obtidos através das seguintes combinações lineares

$$\begin{aligned} \pi_- &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_1 + i\pi_2), \\ \pi_+ &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_1 - i\pi_2), \\ \pi_0 &\equiv \pi_3. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Já o méson ρ tem um campo que pode ser representado por um tripleto de quadrivetores correspondentes aos seus três estados de carga

$$\rho^\mu = \begin{pmatrix} \rho_1^0 & \rho_1^x & \rho_1^y & \rho_1^z \\ \rho_2^0 & \rho_2^x & \rho_2^y & \rho_2^z \\ \rho_3^0 & \rho_3^x & \rho_3^y & \rho_3^z \end{pmatrix}. \quad (3.62)$$

O sistema fica mais simples considerando a lagrangeana em campo médio, porque independe das posições das partículas no sistema, assim como as equações de movimento.

Vejamos o que acontece com o campo do méson π . O méson π tem paridade negativa, isto é,

$$\widehat{\mathcal{P}}\pi\widehat{\mathcal{P}}^{-1} = -\pi,$$

onde $\widehat{\mathcal{P}}$ é o operador de paridade. Admitindo que a matéria nuclear seja igualmente preenchida com os núcleons, e que o estado fundamental tem paridade definida (positiva ou negativa), o campo do méson π tem valor médio nulo,

$$\langle \pi \rangle = 0. \quad (3.63)$$

De forma análoga, para um sistema com invariância de translação e de rotação implicam que os valores médios das componentes espaciais dos campos vetoriais ω_μ e ρ_μ sejam todos nulos:

$$\langle \omega_i \rangle = \langle \rho_i \rangle = 0, \quad (3.64)$$

onde $i = 1, 2, 3$ é o índice referente a parte espacial dos vetores. A invariância de rotação sobre o eixo $\widehat{\mathcal{L}} = \widehat{3}$ no espaço de isospin, tem a terceira componente τ_3 como a única diferente de zero do operador de isospin τ , ou seja, $\langle \tau_1 \rangle = \langle \tau_2 \rangle = 0$. Logo temos,

$$\langle \rho_1^0 \rangle = \langle \rho_2^0 \rangle = 0. \quad (3.65)$$

Por outro lado, no espaço de isospin temos

$$\tau_3 |EF\rangle = (N_p - N_n) |EF\rangle, \quad (3.66)$$

sendo N_p e N_n o número total de prótons e de nêutrons, respectivamente.

Assim, quando é aplicada a aproximação do campo médio ao campo mesônico ρ_μ , resta apenas a terceira componente temporal $\langle \rho_3^0 \rangle \equiv \rho_{03}$, associada ao méson ρ neutro.

Considerando as simplificações mencionadas acima, a densidade lagrangeana QHD-II se reduz a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H^{(ACM)} = & \bar{\Psi}_N \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - (m_N - g_\sigma \sigma_0) \right] \Psi_N \\ & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2, \end{aligned} \quad (3.67)$$

a partir da qual obtemos as equações de movimento:

$$\left[i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - (m_N - g_\sigma \sigma_0) \right] \Psi_N = 0, \quad (3.68)$$

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad (3.69)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B, \quad (3.70)$$

$$\rho_{03} = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3, \quad (3.71)$$

onde as fontes dos campos mesônicos são dadas por

$$\rho_s = \langle \bar{\Psi}_N \Psi_N \rangle = \langle \bar{\Psi}_p \Psi_p \rangle + \langle \bar{\Psi}_n \Psi_n \rangle, \quad (3.72)$$

$$\rho_B = \langle \Psi_N^\dagger \Psi_N \rangle = \langle \Psi_p^\dagger \Psi_p \rangle + \langle \Psi_n^\dagger \Psi_n \rangle, \quad (3.73)$$

$$\rho_3 = \langle \Psi_N^\dagger \tau_3 \Psi_N \rangle = \langle \Psi_p^\dagger \Psi_p \rangle - \langle \Psi_n^\dagger \Psi_n \rangle. \quad (3.74)$$

Conforme a equação (3.74), observa-se que o méson ρ traz informação sobre a as-

simetria de carga no sistema e que a fonte ρ_3 pode ser escrita como

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n. \quad (3.75)$$

Verifica-se que, no caso particular $\rho_p = \rho_n$ (matéria nuclear simétrica) recupera-se o resultado do modelo QHD-I.

3.6 O MODELO QHD-II COM SUA EQUAÇÃO DE ESTADO

Seguindo o mesmo procedimento da seção (3.1), podemos encontrar a equação de estado para o modelo QHD-II.

O valor médio do tensor energia-momento pode ser representado pela expressão:

$$(T_{\mu\nu})^{(ACM)} = i\bar{\Psi}_p \gamma_\mu \partial_\nu \Psi_p + i\bar{\Psi}_n \gamma_\mu \partial_\nu \Psi_n - \left(-\frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_{03}^2 \right) g_{\mu\nu}. \quad (3.76)$$

A densidade de energia e a pressão para o estado fundamental ($T = 0$), são dadas por

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 + \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_\rho^2}{8m_N^2} \rho_3^2 \\ & + \frac{2}{(2\pi)^3} \left[\int_0^{k_{Fp}} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k \right], \end{aligned} \quad (3.77)$$

e

$$\begin{aligned} P = & \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 - \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_\rho^2}{8m_N^2} \rho_3^2 \\ & + \frac{1}{3} \frac{2}{(2\pi)^3} \left[\int_0^{k_{Fp}} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k \right], \end{aligned} \quad (3.78)$$

onde k_{Fp} e k_{Fn} são os momentos de Fermi dos prótons e nêutrons, respectivamente, e $C_\rho \equiv g_\rho \left(\frac{m_N}{m_p} \right)$.

Finalmente, chegamos à massa efetiva que tem a seguinte equação autoconsistente:

$$m_N^* = m_N - \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{2}{(2\pi)^3} \left[\int_0^{k_{Fp}} \frac{m_N^*}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} \frac{m_N^*}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k \right]. \quad (3.79)$$

No modelo QHD-II há, portanto, ρ_B e ρ_3 que são parâmetros livres, e g_σ , g_ω e g_ρ que são as constantes de acoplamento, as quais são fixadas pelas mesmas propriedades da matéria

nuclear simétrica.

Com a inclusão do méson ρ ao sistema obteve-se para a energia de simetria a_4 o valor teórico de 33.6 MeV (SEROT, 1986), o que concorda bem com o valor empírico de 33.2 MeV .

4 FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR COM A MUDANÇA DAS CONSTANTES DE ACOPLAMENTO HÍPERON-MÉSON

A ocorrência considerável de ressonâncias delta (30% dos bárions) na fase densa ($\rho \geq 3\rho_0$) das colisões de íons pesados relativísticos (HJORT, 1997; HOFMANN, 1995; HONG, 1997) tem despertado um grande interesse no estudo dos efeitos da matéria de ressonâncias delta no meio estelar.

No presente trabalho o condensado hadrônico, incluindo as ressonâncias delta, é estudado utilizando o campo de Dirac, para partículas de spin 1/2, e o campo de Rarita-Schwinger, para partículas de spin 3/2, usando a aproximação de campo médio no modelo de Walecka não-linear.

Utilizando o conjunto de constantes de acoplamento núcleon-mésons ($g_{\sigma N}$, $g_{\omega N}$ e $g_{\rho N}$), capaz de reproduzir as propriedades da matéria nuclear na densidade de saturação, são discutidos os efeitos da mudança das constantes de acoplamento delta-méson ($g_{\sigma\Delta}$, $g_{\omega\Delta}$ e $g_{\rho\Delta}$) e demais híperons (Λ , Σ , Ξ) (Ver Tabela 4.1) (CHIAPPARINI, 2009) sobre a equação de estado e sobre a população dos bárions, considerando o grau de assimetria explícito nos cálculos (OLIVEIRA, 2000). Set1 na Tabela 4.1 foi retirada da Ref. (GLENDENNING, 1991), enquanto Set2 foi obtida de Set1 impondo a simetria SU(6) para diferentes energias de ligações dos híperons na matéria nuclear (GLENDENNING, 1991). Em adição, usamos os resultados das Regras de Soma da QCD para densidade finita, determinando assim os possíveis valores das constantes de acoplamento delta-méson (KOSOV, 1998), onde temos variado as quantidades: $\alpha = g_{\omega\Delta}/g_{\omega N}$, $\beta = g_{\sigma\Delta}/g_{\sigma N}$ e $\gamma = g_{\rho\Delta}/g_{\rho N}$, e considerando $x_{ki} = \frac{g_{ki}}{g_{kN}}$, com $k = \sigma, \omega, \rho$ e $i = \Lambda, \Sigma, \Xi$

	$x_{\omega\Lambda}$	$x_{\omega\Sigma}$	$x_{\omega\Xi}$	$x_{\sigma\Lambda}$	$x_{\sigma\Sigma}$	$x_{\sigma\Xi}$	$x_{\rho i}$
Set1	0.6666	0.6666	0.6666	0.6104	0.6104	0.6104	0.6104
Set2	0.6666	0.6666	0.3333	0.6106	0.4046	0.3195	1.0000

Tabela 4.1: Conjunto de constantes de acoplamento híperon-méson da Ref. (CHIAPPARINI, 2009).

Neste trabalho usamos o mesmo conjunto de constantes de acoplamento núcleon-mésons e demais parâmetros da lagrangeana, estabelecidos na Ref. (GLENDENNING, 1991) apresentado aqui na Tabela 4.2. Para toda a análise usamos: $m_\sigma = 550 \text{ MeV}$, $m_\omega = 783 \text{ MeV}$ e $m_\rho = 770 \text{ MeV}$, sendo b e c constantes de ajuste.

$(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$ (fm^2)	$(g_{\omega N}/m_\omega)^2$ (fm^2)	$(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ (fm^2)	b	c
9.927	4.820	4.791	0.008659	-0.002421

Tabela 4.2: Parâmetros do modelo da Ref. (GLENDENNING, 1991).

4.1 RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR

No modelo utilizado incluímos o octeto bariônico de spin 1/2 ($p, n, \Lambda^0, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$), as ressonâncias bariônicas de spin 3/2, representadas pela matéria de delta ($\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$) e Ω^- , no setor bariônico (OLIVEIRA, 2000; OLIVEIRA, 2007), que interagem entre si através dos campos mesônicos σ , ω_μ e ρ_μ . Enquanto que no setor leptônico incluímos os elétrons e os múons. A Tabela 4.3 mostra os parâmetros de massas para os bárions e léptons.

Partículas	Massas (MeV)
N	938
Λ	1116
Σ	1193
Ξ	1318
Δ	1232
Ω	1672
e	0.511
μ	105

Tabela 4.3: Conjunto de parâmetros de massa para os Bárions e Léptons.

O cálculo é feito aplicando a aproximação de campo médio, adotando o modelo de Walecka não-linear, com a densidade lagrangeana dada por (WALECKA, 1974; SEROT, 1986)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Livre}} + \mathcal{L}_{\text{Inter.}} , \quad (4.1)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Livre}} = & \sum_B \bar{\Psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_B) \Psi_B + \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} \bar{\Psi}_{\zeta\nu} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\zeta) \Psi_\zeta^\nu + \\ & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma)^4 - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu + \sum_{\lambda=e^-, \mu^-} \bar{\Psi}_\lambda (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\lambda) \Psi_\lambda, \end{aligned} \quad (4.2)$$

é a densidade lagrangeana livre para os bárions, elétrons e múons. Em adição, a densidade lagrangeana de interação é especificada pela expressão

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Inter.}} = & \sum_B \bar{\Psi}_B \left(g_{\sigma B} \sigma - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu \right) \Psi_B + \\ & \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} \bar{\Psi}_{\zeta\nu} \left(g_{\sigma \zeta} \sigma - g_{\omega \zeta} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho \zeta} \gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu \right) \Psi_\zeta^\nu, \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nas expressões acima, Ψ_B representa o spinor de Dirac descrevendo o octeto bariônico de spin 1/2, e Ψ_ζ é o spinor de Rarita-Schwinger (RARITA, 1941), com $\zeta = \Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}, \Omega^-$ descrevendo as ressonâncias bariônicas de spin 3/2.

Através das equações de Euler-Lagrange obtemos as seguintes equações de movimento na aproximação de campo médio:

$$\begin{aligned} \sigma_0 = & -\frac{b}{m_\sigma^2} m_N (g_{\sigma N} \sigma)^2 - \frac{c}{m_\sigma^2} (g_{\sigma N} \sigma)^3 + \frac{1}{\pi^2} \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2} m_B^{*2} \sum_B \int_0^{k_B} \frac{k^2}{(k^2 + m_B^{*2})} dk + \\ & \frac{2}{\pi^2} \frac{g_{\sigma \zeta}}{m_\sigma^2} m_\zeta^{*2} \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} \int_0^{k_\zeta} \frac{k^2}{(k^2 + m_\zeta^{*2})} dk, \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{3\pi^2} \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2} \sum_B k_B^3 + \frac{2}{3\pi^2} \frac{g_{\omega \zeta}}{m_\omega^2} \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} k_\zeta^3, \quad (4.5)$$

$$\rho_{03} = \frac{1}{6\pi^2} \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} \sum_B I_{3B} k_B^3 + \frac{2}{6\pi^2} \frac{g_{\rho \zeta}}{m_\rho^2} \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} I_{3\zeta} k_\zeta^3. \quad (4.6)$$

As massas efetivas bariônicas são representadas pelas expressões:

$$m_B^* = \left[1 - \frac{g_{\sigma B} \sigma}{m_B} \right] m_B, \quad m_\zeta^* = \left[1 - \frac{g_{\sigma \zeta} \sigma}{m_\zeta} \right] m_\zeta. \quad (4.7)$$

As equações de movimento são resolvidas autoconsistentemente para diferentes valores da densidade da matéria estelar, simultaneamente com as seguintes equações de conservação

de carga bariônica e carga elétrica, respectivamente

$$\begin{aligned} \rho_B = & \rho_n + \rho_p + \rho_{\Lambda^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Delta^-} + \rho_{\Delta^0} + \rho_{\Delta^+} + \rho_{\Delta^{++}} + \\ & \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0} + \rho_{\Omega^-}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\rho_z = -\rho_{e^-} - \rho_{\mu^-} + \rho_p - \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} - \rho_{\Delta^-} + \rho_{\Delta^+} + 2\rho_{\Delta^{++}} - \rho_{\Xi^-} - \rho_{\Omega^-}, \quad (4.9)$$

onde ρ_B é a densidade de carga bariônica e ρ_z é a densidade de carga elétrica da matéria. Ao mesmo tempo, o critério de Gibbs impõe vínculos às equações de balanço relacionando os potenciais químicos. Estas relações são usadas como condições adicionais no processo de solução autoconsistente das equações de movimento dos campos. Para este caso, as relações entre os potenciais químicos são:

$$\mu_{\Delta^-} = \mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_{\Omega^-} = 2\mu_n - \mu_p, \quad (4.10)$$

$$\mu_{\Delta^0} = \mu_{\Lambda^0} = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_n, \quad (4.11)$$

$$\mu_{\Delta^+} = \mu_{\Sigma^+} = \mu_p, \quad (4.12)$$

e

$$\mu_{\Delta^{++}} = 2\mu_p - \mu_n, \quad (4.13)$$

onde o potencial químico para os bárions de spin 1/2 é representado por

$$\mu_B = g_{\omega B} \omega_0 + \frac{1}{2} g_{\rho B} I_{3B} \rho_{03} + \sqrt{k_B^2 + m_B^{*2}}, \quad (4.14)$$

e para os bárions de spin 3/2 por

$$\mu_\zeta = g_{\omega \zeta} \omega_0 + \frac{1}{2} g_{\rho \zeta} I_{3\zeta} \rho_{03} + \sqrt{k_\zeta^2 + m_\zeta^{*2}}. \quad (4.15)$$

Através dos resultados para os campos mesônicos e para as massas efetivas bariônicas em diferentes densidades, obtidas a partir das equações (4.4 – 4.7), são calculadas a densidade

de energia e a pressão,

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma)^4 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_B} (k^2 + m_B^{*2})^{1/2} k^2 dk + \frac{2}{\pi^2} \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} \int_0^{k_\zeta} (k^2 + m_\zeta^{*2})^{1/2} k^2 dk, \quad (4.17)$$

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma)^3 - \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma)^4 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \quad (4.18)$$

$$\frac{1}{3\pi^2} \sum_B \int_0^{k_B} \frac{k^4}{(k^2 + m_B^{*2})^{1/2}} dk + \frac{2}{3\pi^2} \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} \int_0^{k_\zeta} \frac{k^4}{(k^2 + m_\zeta^{*2})^{1/2}} dk. \quad (4.19)$$

Neste trabalho estudamos os efeitos do acoplamento híperon-méson no modelo de Walecka não-linear, explorando os valores das constantes de acoplamento cobrindo os limites estabelecidos nas Refs. (KOSOV, 1998; CHIAPPARINI, 2009). Na Fig. 4.1, mostramos num gráfico os valores das constantes de acoplamento delta-méson usados nos cálculos indicando os limites previamente estabelecidos na Ref. (KOSOV, 1998).

Nas Figs. 4.2 - 4.7 apresentamos os resultados para a pressão em função da densidade para a matéria hadrônica, no meio estelar, de acordo com as variações das constantes de acoplamento híperon-méson, determinadas através das Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 em (a) e QCD + Set2 em (b) (ver Tabela 4.1).

Nas Figs. 4.2 e 4.3 variamos a constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, já nas Figs 4.4 e 4.5 variamos o acoplamento $\Delta - \omega$, enquanto que nas Figs. 4.6 e 4.7, estamos variando a constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ e $\Delta - \omega$. Lembramos que as constantes de acoplamento das ressonâncias delta com os mésons são definidas pelas quantidades: $\alpha = g_{\omega\Delta}/g_{\omega N}$, $\beta = g_{\sigma\Delta}/g_{\sigma N}$ e $\gamma = g_{\rho\Delta}/g_{\rho N}$. Observamos nas Figs. 4.2 - 4.7, para os casos: ($\alpha = 1.0$, $\beta = 1.4$, $\gamma = 1.0$), ($\alpha = 0.6$, $\beta = 1.0$, $\gamma = 1.0$) e ($\alpha = 0.7$, $\beta = 1.0$, $\gamma = 1.0$), que em alguns intervalos, temos $dP/d\rho < 0$. Estes resultados nestes intervalos não têm sentido físico. Na verdade, este comportamento é indicativo da ocorrência de uma transição de fase, que deve ser tratada fazendo-se uma construção de Maxwell, que é basicamente uma construção geométrica (HUANG, 1965).

Para ilustrarmos a formação da matéria de ressonâncias delta no meio estelar, nas Figs 4.8 e 4.9, mostramos os resultados para a população dos bárions e dos léptons em função da densidade, para o conjunto de valores do acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$), determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 em (a) e QCD + Set2 em (b) usando modelo

de Walecka não-linear. Observe na Fig. 4.8 que a ressonância delta aparece somente por volta da densidade $\rho = 8\rho_0$, enquanto que na Fig. 4.9 a referida ressonância não aparece nem em (a) e nem em (b) como consequência dos valores utilizados da Tabela 4.1 estabelecidos na Ref. (CHIAPPARINI, 2009), que se referem aos híperons (Λ, Σ, Ξ). Porém, para o conjunto de valores ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), nas Figs. 4.10 e 4.11, a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de $\rho = 2\rho_0$, se aproximando bastante dos resultados experimentais obtidos através das colisões de íons pesados relativísticos.

Vale salientar que ainda não existe nenhuma indicação experimental para os valores das constantes de acoplamento delta-méson e para os demais híperons. Cálculos teóricos têm sido feito no contexto das Regras de Soma da CromoDinâmica Quântica (QCDSR) (JIN, 1995), mas estes resultados dependem fortemente do valor usado para o condensado de quarks, o qual não se sabe a dependência com a densidade, limitando desta forma à confiança nos resultados da QCDSR. A QCDSR mostra a existência de um maior caráter atrativo para a ressonância delta do que para os núcleons no meio nuclear (JIN, 1995). Assim, a variação dos valores das constantes de acoplamento delta-méson foi limitada à $1.0 \leq \beta \leq 1.4$ e $0.6 \leq \alpha \leq 1.0$, tanto na Ref. (KOSOV, 1998) como no presente trabalho.

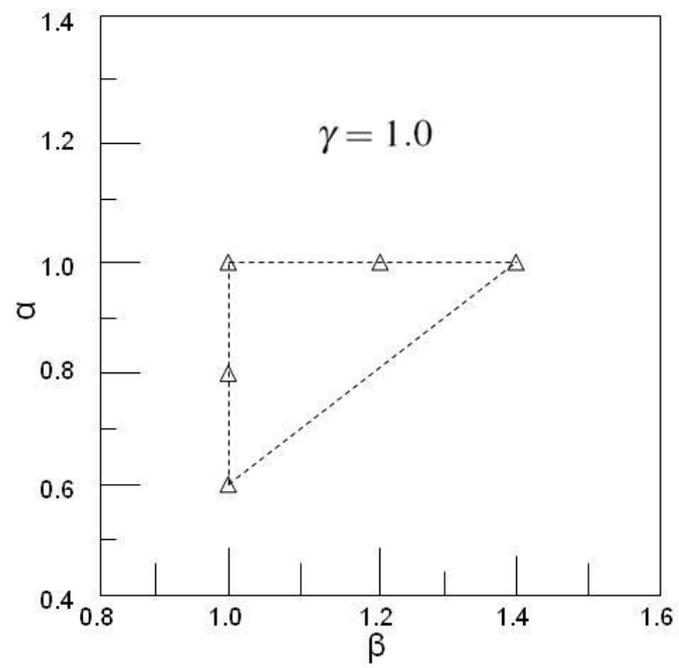


Figura 4.1: Limites das constantes de acoplamento delta-méson da Ref. (KOSOV, 1998).

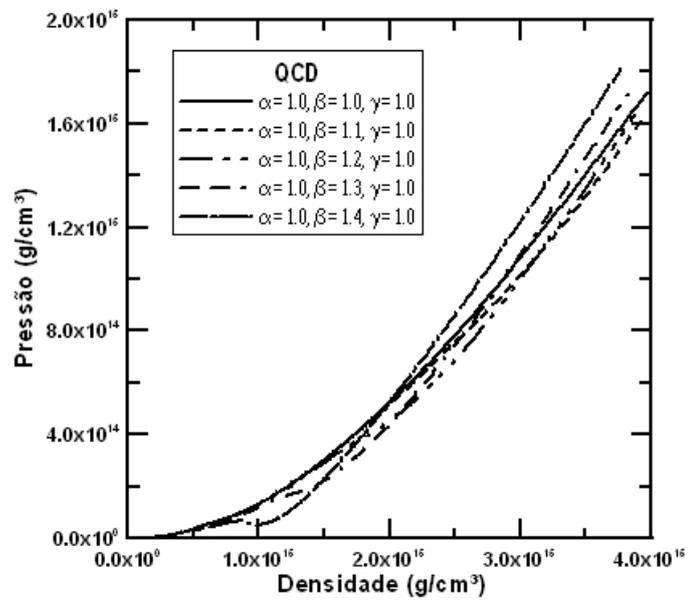


Figura 4.2: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.

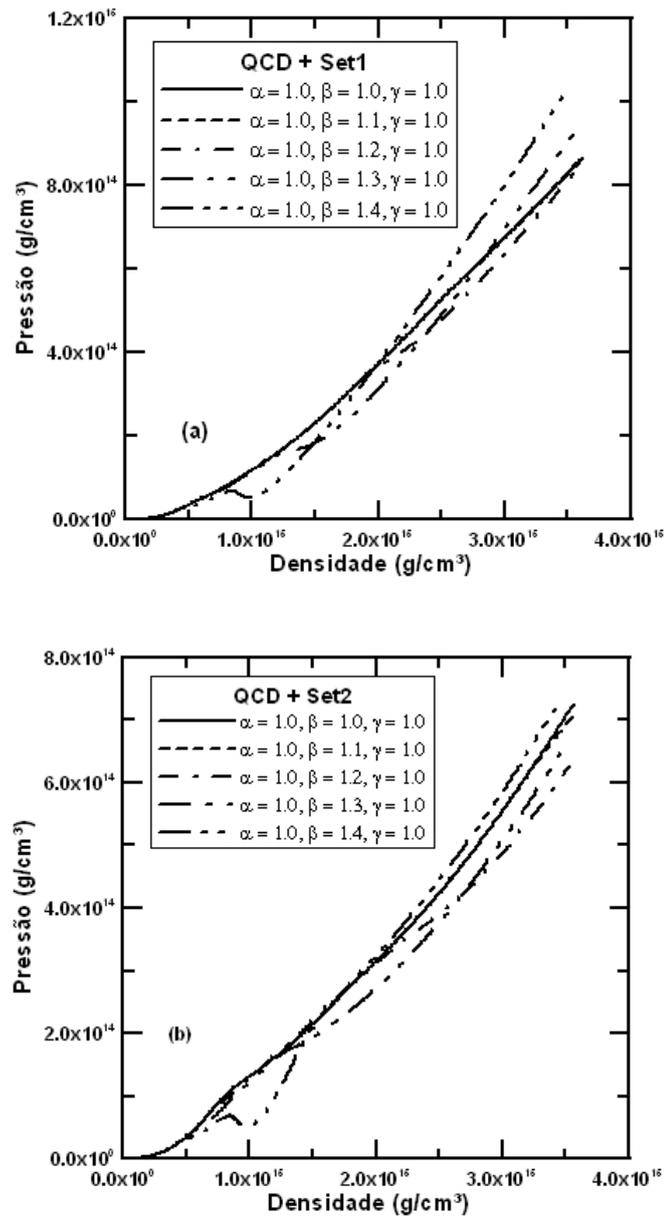


Figura 4.3: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).

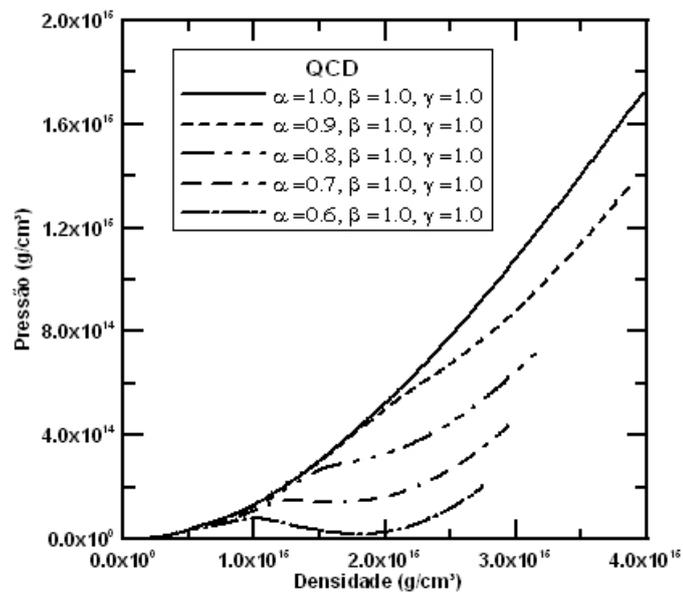


Figura 4.4: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.

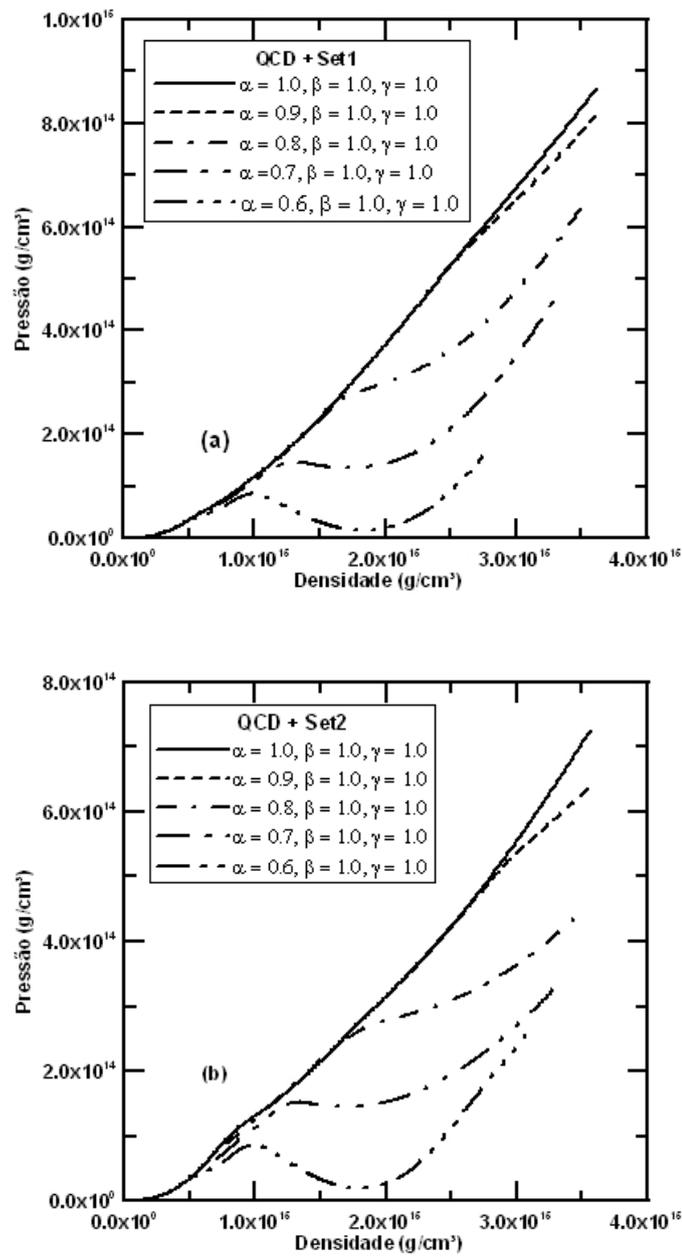


Figura 4.5: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).

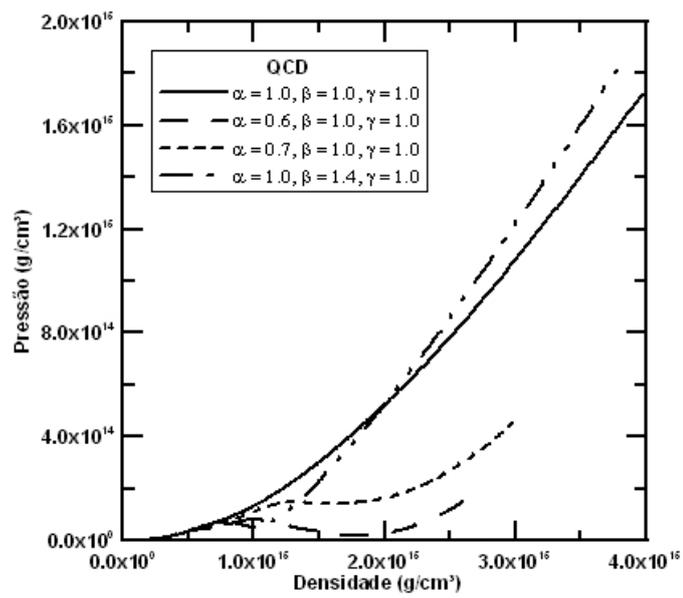


Figura 4.6: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ e $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD.

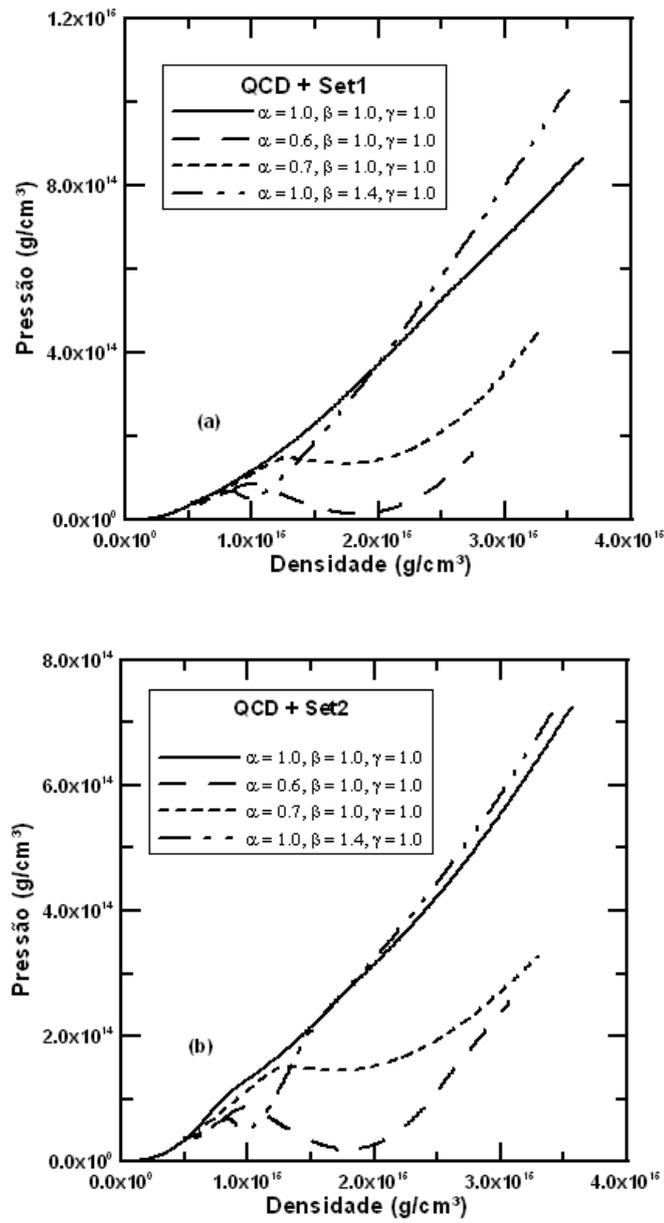


Figura 4.7: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ e $\Delta - \omega$, determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).

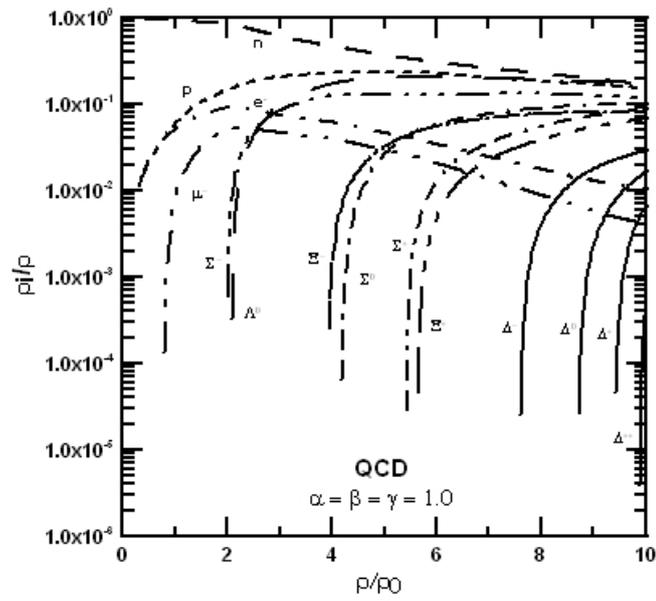


Figura 4.8: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -mésão determinados pelas Regras de Soma da QCD.

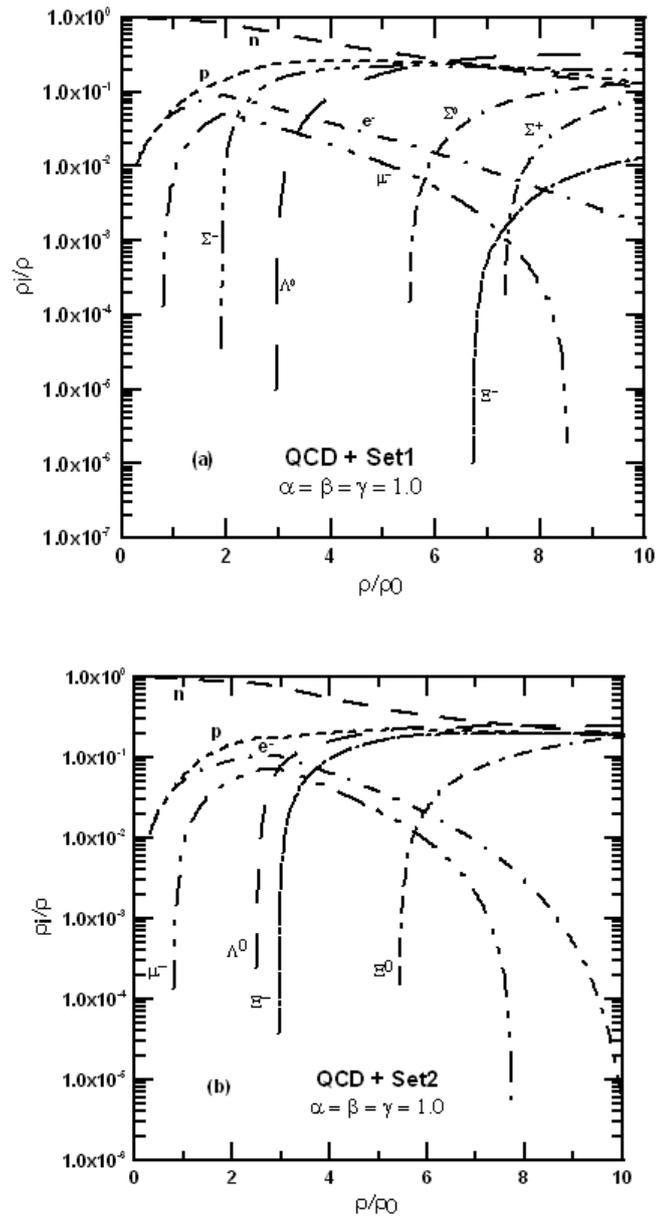


Figura 4.9: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$). Os resultados mostrados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.

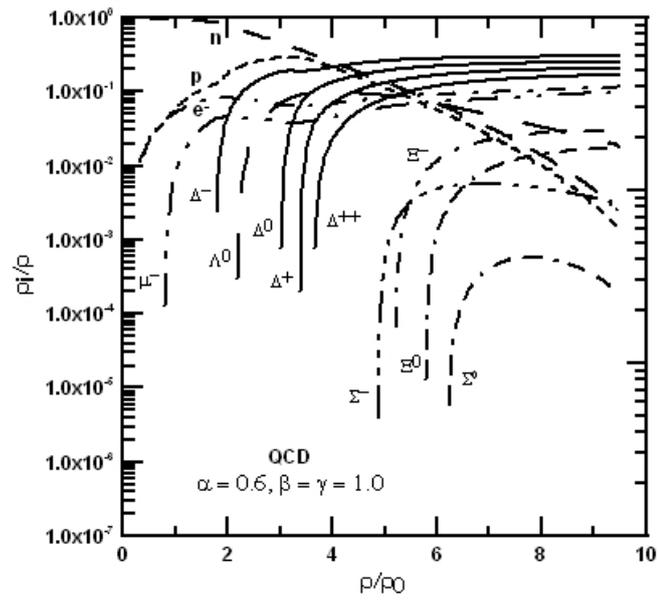


Figura 4.10: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$). Os resultados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.

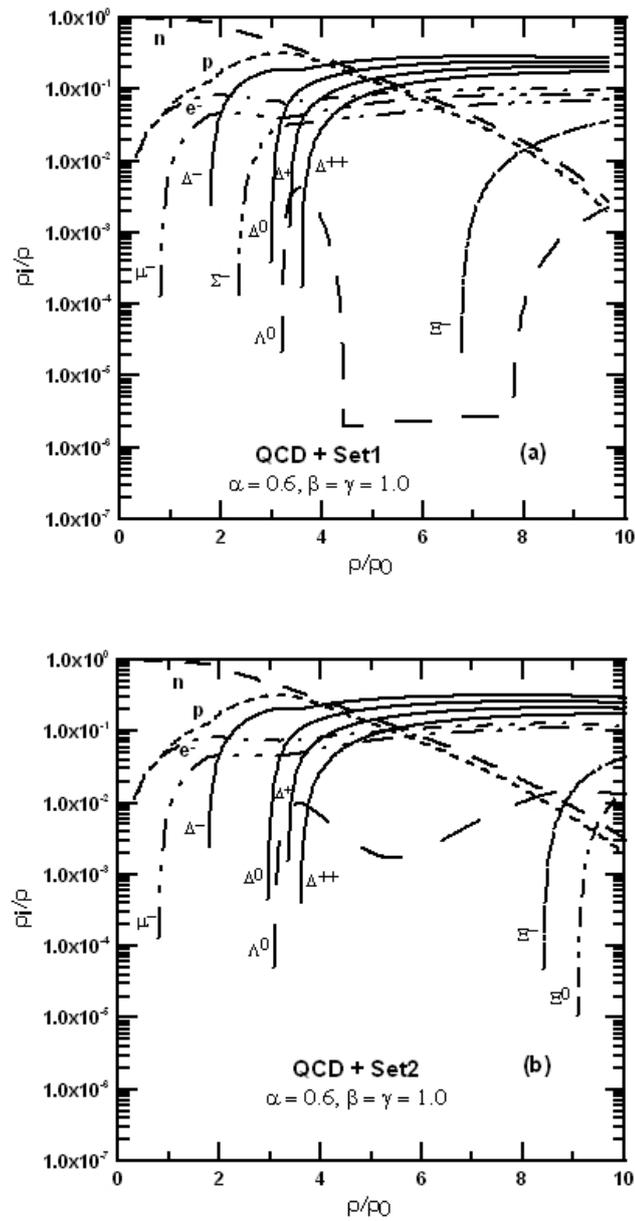


Figura 4.11: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$). Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.

5 MATÉRIA DE RESSONÂNCIAS DELTA EM ESTRELAS DE NÊUTRON

A teoria da estrutura estelar é bastante complexa, necessitando para o seu desenvolvimento resultados da termodinâmica, física atômica, física nuclear, física de partículas e da teoria da gravitação, entre outras.

A estrutura de uma estrela pode ser descrita por um conjunto de equações contendo variáveis como a pressão P , a densidade ρ , a temperatura T etc. Um conjunto de condições precisam ser cumpridas em todas as camadas das estrelas. Geralmente são feitas as seguintes hipóteses: (i) simetria esférica, (ii) ausência de rotação (iii) ausência de pulsação (iv) ausência de campos magnéticos e (v) equilíbrio hidrostático (MACIEL, 1999).

Uma das condições que precisa ser cumprida pelo interior estelar é a condição de equilíbrio hidrostático (KEPLER, 2004). Este equilíbrio resulta de um balanceamento entre duas forças: a força gravitacional, para dentro, e a força de pressão do gás estelar, para fora. Igualando estas duas forças opostas, obtemos a condição de equilíbrio hidrostático (Ver Apêndice B):

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \quad (5.1)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade e G é a constante gravitacional. Como $M(r)$, $\rho(r)$ e r são positivas, $\frac{dP}{dr}$ é negativa, isto é, a pressão decresce a medida que r aumenta. A massa $M(r)$ pode ser expressa em termos da densidade como:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r). \quad (5.2)$$

onde essa expressão é chamada de equação de continuidade da massa (MACIEL, 1999).

5.1 EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF (TOV)

Nesta seção restabelecemos a condição de equilíbrio hidrostático que é o ponto de partida para a discussão da estrutura das estrelas de nêutron.

A condição de equilíbrio hidrostático expressa através da eq. (5.1) foi obtida dentro do limite não-relativístico para o tratamento da gravitação. Entretanto, como é sabido, os efeitos da Relatividade Geral para a gravitação em estrela de nêutron não podem ser desconsiderados. Nesse caso, a eq. (5.1) é substituída pela equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). Para campos gravitacionais não muito intensos, pode-se mostrar que essa equação toma a seguinte forma (Ver Apêndice C)

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \left[1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2} \right] \left[1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2} \right] \left[1 - \frac{2GM(r)}{rc^2} \right]^{-1} \quad (5.3)$$

Comparando-se as equações (5.1) e (5.3) vemos que o produto dos termos entre colchetes representam as correções relativísticas à gravitação newtoniana.

A solução numérica da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff para uma equação de estado especificada, $P = P(\rho)$, sendo resolvida a partir da região central até à superfície ($\rho \ll \rho_c$), permite estabelecer o limite superior de massa para a estrela de nêutron. Este limite é fortemente dependente do tipo de equação de estado que é estabelecida.

5.2 ESTRUTURA DE ESTRELA DE NÊUTRON COM A MATÉRIA COMPOSTA DE RESSONÂNCIAS DELTA

A partir da equação de estado para a matéria estelar, obtida no capítulo anterior, resolvemos numericamente a equação TOV para a estrutura interna de uma estrela esférica, e assim obtivemos as massas e raios das estrelas de nêutron.

Chamamos atenção para o fato de que estamos cobrindo toda a faixa de densidade de interesse para a estrutura da estrela. Portanto, estão incluídas a equação de estado para a faixa de densidade subnuclear sem nêutrons livres, obtida por Baym, Pethick e Sutherland (BPS) (BAYM, 1971), a equação de estado considerando os nêutrons livres, obtida por Baym, Bethe e Pethick (BBP) (BAYM, 1971) e a equação de estado para a fase hadrônica estabelecida no capítulo anterior. Esta última, sendo relevante para a estrutura da região mais central da estrela de nêutron, e as duas primeiras sendo relevantes para a determinação da atmosfera da estrela.

Nas Figs. 5.1 e 5.2, mostramos os nossos resultados para a massa em função do raio de diferentes estrelas quando é feita uma varredura em valores da densidade central estabelecendo as correspondentes estruturas de estrelas de nêutron. Os resultados apresentados referem-se aos

valores da constante de acoplamento híperon ($\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi$)-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 visto em (a) e QCD + Set2 visto em (b). A análise é apresentada para três casos de acoplamento delta-méson produzindo matéria de delta e para o acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) servindo de termo de comparação. Nestes gráficos, cada ponto sobre as curvas representa uma estrela. Na Fig. 5.1 mostra que a estrela de massa máxima é encontrada para o caso do acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$), com uma massa de $1.80 M_{Sol}$ encerrada num raio de $10.37 Km$. Já, para o caso ($\beta = 1.4, \alpha = \gamma = 1.0$), a estrela de massa máxima é um pouco menor com uma massa de $1.71 M_{Sol}$ encerrada num raio de $8.91 Km$. Enquanto que, para os casos: ($\alpha = 0.7, \beta = \gamma = 1.0$) e ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), as massas máximas são menores, com $1.38 M_{Sol}$ num raio de $12.68 Km$, e com $1.15 M_{Sol}$ num raio de $13.13 Km$, respectivamente. Já na parte (a) da Fig.5.2 mostra que a estrela de massa máxima é encontrada também para o caso do acoplamento universal, com uma massa de $1.56 M_{Sol}$ encerrada num raio de $10.94 Km$, porém possuindo um valor menor quando comparada com o caso anterior. Já, para o caso ($\beta = 1.4, \alpha = \gamma = 1.0$), a estrela de massa máxima é um pouco menor com uma massa de $1.46 M_{Sol}$ encerrada num raio de $9.24 Km$. Enquanto que, para os casos: ($\alpha = 0.7, \beta = \gamma = 1.0$) e ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), as massas máximas são menores, com $1.38 M_{Sol}$ num raio de $12.67 Km$, e com $1.17 M_{Sol}$ num raio de $13.07 Km$, respectivamente. E finalmente, na parte (b) da Fig. 5.2 mostra que a estrela de massa máxima é também encontrada para o caso do acoplamento universal, com uma massa de $1.59 M_{Sol}$ encerrada num raio de $12.31 Km$, no entanto possuindo um valor ligeiramente maior quando comparada com a da parte (a) da referida figura. Já, para o caso ($\beta = 1.4, \alpha = \gamma = 1.0$), a estrela de massa máxima possui uma massa de $1.34 M_{Sol}$ encerrada num raio de $9.82 Km$. Enquanto que, para os casos: ($\alpha = 0.7, \beta = \gamma = 1.0$) e ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), as massas máximas são: $1.41 M_{Sol}$ encerrada num raio de $12.71 Km$ e $1.18 M_{Sol}$ encerrada num raio de $13.07 Km$, respectivamente.

Nas Figs. 5.3 e 5.4, mostramos a distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$, para o caso acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) e para o caso ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$). Comparando-se nestas Figuras os referidos casos, notamos que a equação de estado é sensivelmente mais dura para o caso acoplamento universal. Conseqüentemente, as estrelas para este caso são mais massivas. Observamos também que a estrela com maior massa é aquela referindo-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD (Ver Fig. 5.3) quando comparado aos casos QCD + Set1 e QCD + Set2.

Nas Figs. 5.5 e 5.6, mostramos a distribuição da pressão em função do raio, para os mesmos tipos de acoplamento das Figuras anteriores e mesma densidade central. Comparando-se estas Figuras, observamos que a estrela com maior pressão é a mesma do caso anterior.

Nas Figs. 5.7 e 5.8, mostramos a distribuição de densidade em função do raio para estrelas, correspondendo aos mesmos casos de acoplamento analisados nas Figuras anteriores. Observa-se nestas Figuras que para o caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$) aparece explicitamente a transição de fase representada pela reta vertical traçada com linha cheia.

Finalmente, na Fig. 5.9 apresentamos a distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$. O caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$) é apresentado em (a), enquanto o caso ($\alpha = 1.0$, $\beta = 1.4$, $\gamma = 1.0$) é mostrado em (b). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon ($\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi$)-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 e QCD + Set2. Comparando as partes (a) e (b) desta figura, observa-se que as estrelas referente ao caso ($\alpha = 1.0$, $\beta = 1.4$, $\gamma = 1.0$) vistas em (b), apresentam massas máximas superiores as do caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$) vistas em (a). A explicação para este resultado é devido ao fato de se ter aumentado o valor de $\beta = \frac{g_{\sigma\Delta}}{g_{\sigma N}} = 1.4$, ou seja, aumentar a intensidade da interação $\Delta - \sigma$ significa introduzir um maior caráter atrativo para a interação das ressonâncias delta com os demais bárions do sistema.

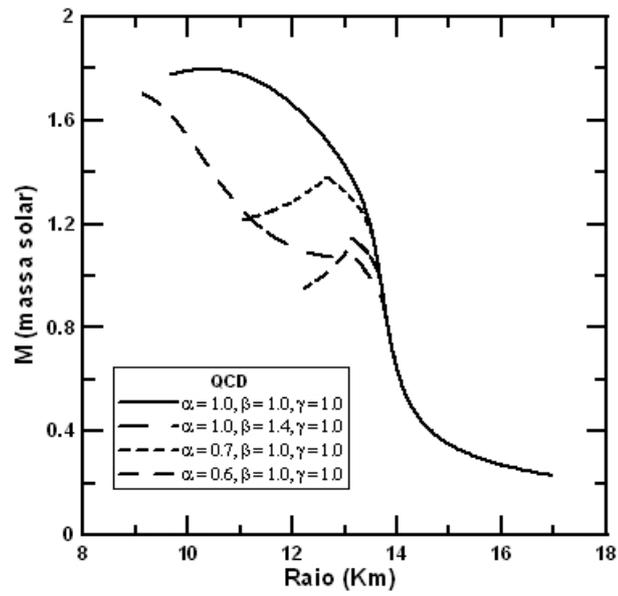


Figura 5.1: Massa em função do raio de diferentes estrelas varrendo um intervalo de densidade central, mostrada para equações de estado com acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) e para aquelas indicadas na legenda, usando os valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.

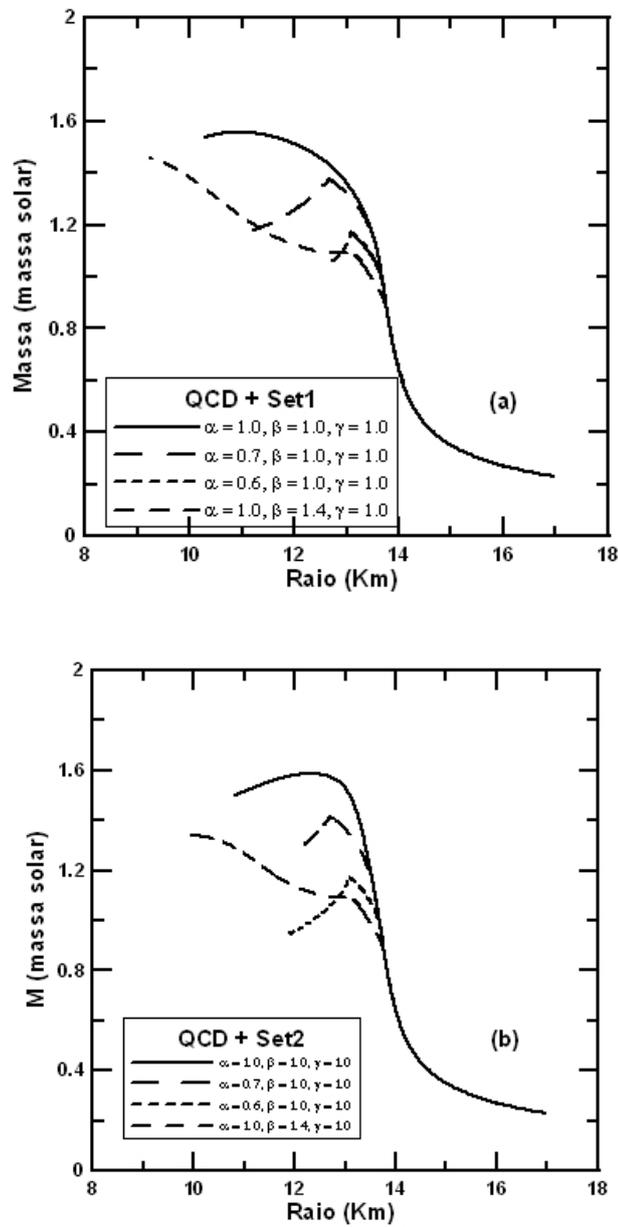


Figura 5.2: Massa em função do raio de diferentes estrelas varrendo um intervalo de densidade central, mostrada para equações de estado com acoplamento universal e para aquelas indicadas na legenda, usando os valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 em (a), e QCD + Set2 em (b).

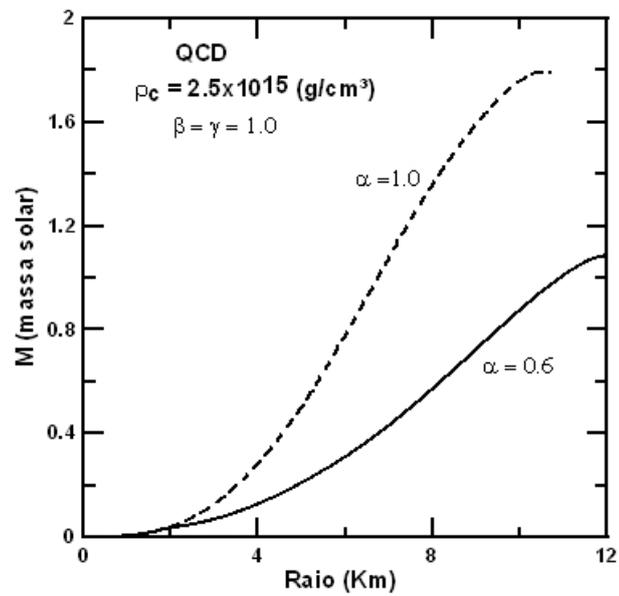


Figura 5.3: Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.

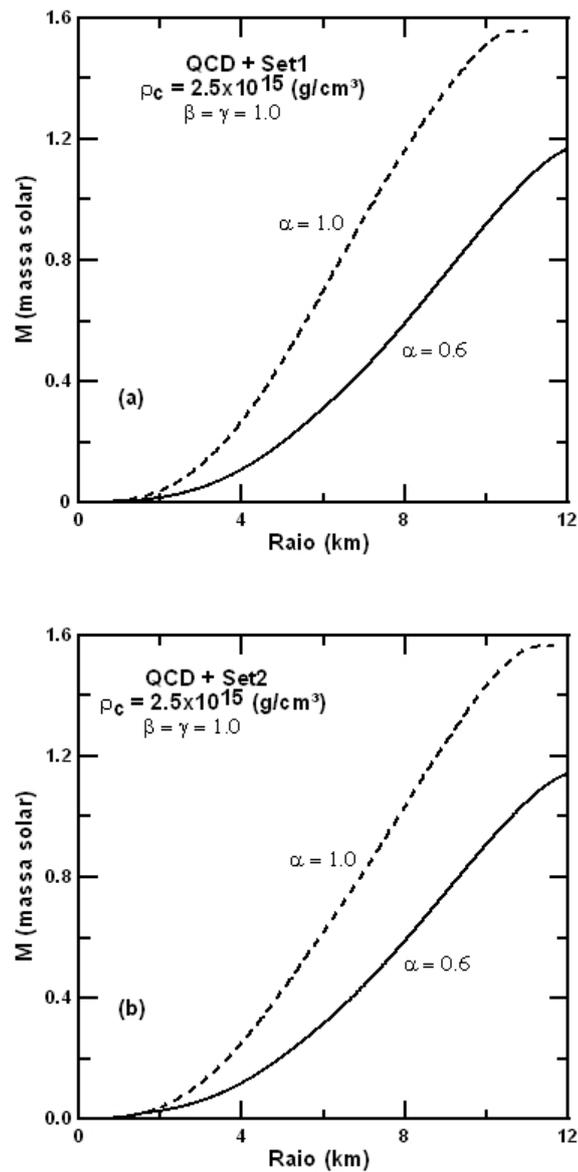


Figura 5.4: Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.

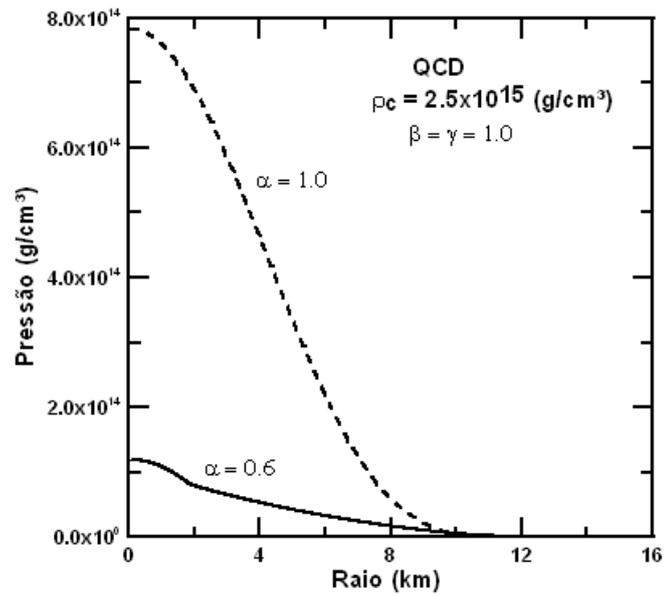


Figura 5.5: Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.

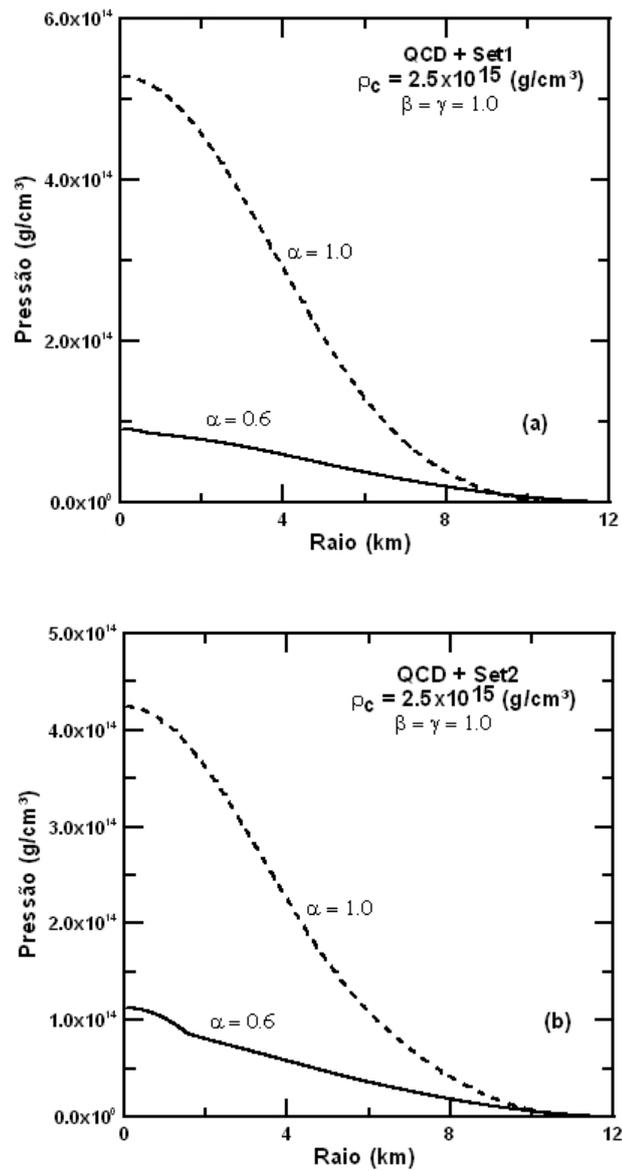


Figura 5.6: Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.

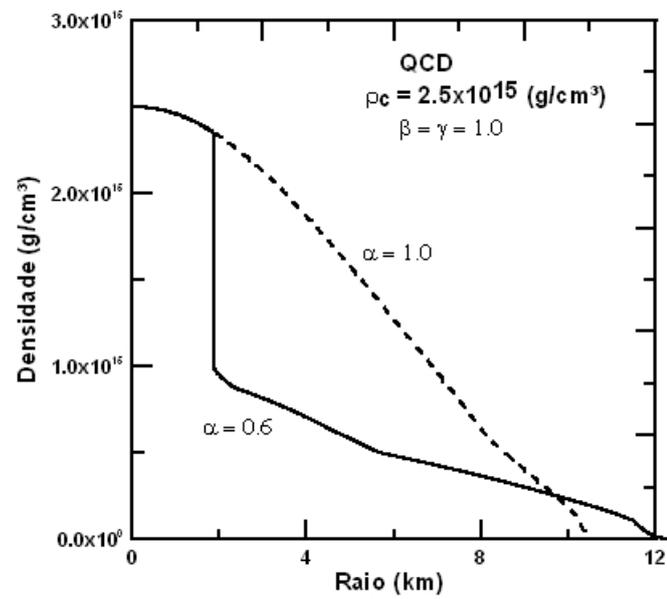


Figura 5.7: Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD.

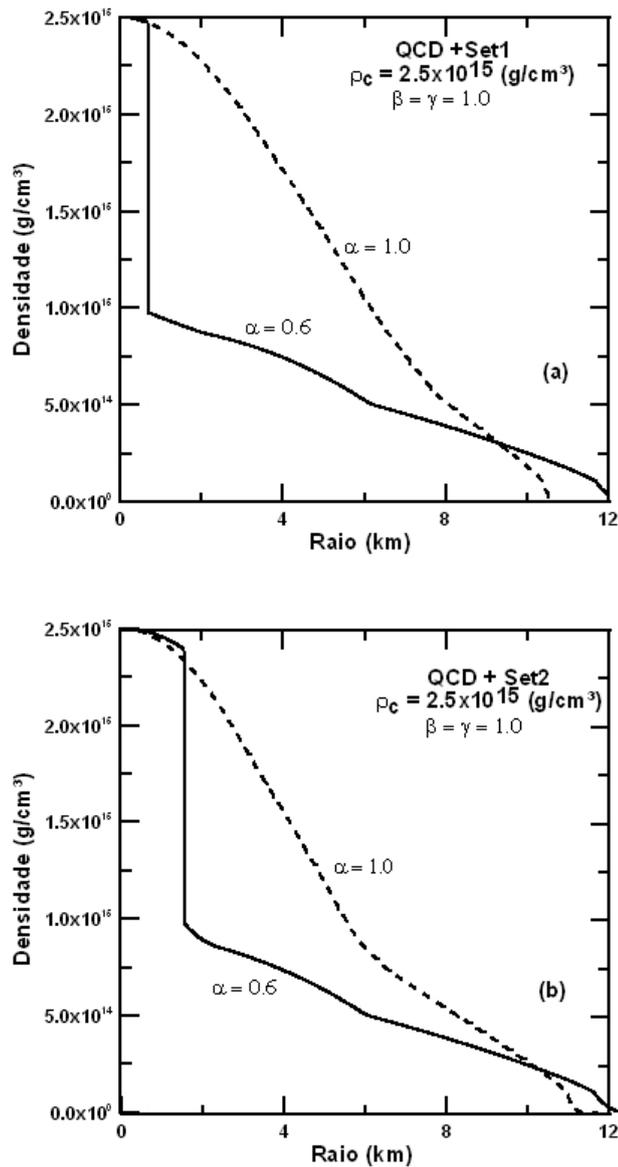


Figura 5.8: Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$, $\alpha = 0.6$ e $\beta = \gamma = 1.0$. O caso para $\alpha = 1.0$ é mostrado com linha tracejada. Os resultados apresentados em (a) e (b) referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD + Set1 e QCD + Set2, respectivamente.

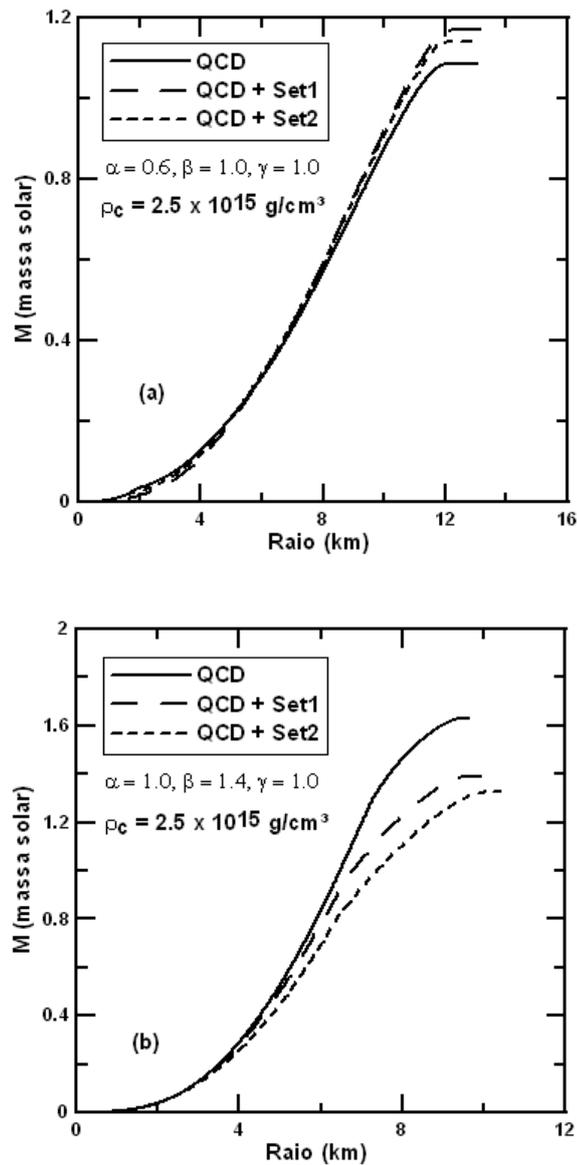


Figura 5.9: Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$. O caso $(\alpha = 0.6, \beta = 1.0, \gamma = 1.0)$ é mostrado em (a) e o caso $(\alpha = 1.0, \beta = 1.4, \gamma = 1.0)$ é apresentado em (b). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon ($\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi$)-méson determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 e QCD + Set2.

CONCLUSÕES

No presente trabalho, como vimos, a partir do modelo de Walecka não-linear, no contexto do cálculo de campo médio relativístico, utilizando o campo de Dirac para spin $\frac{1}{2}$ e o campo de Rarita-Schwinger para o spin $\frac{3}{2}$, estudamos a formação de ressonâncias delta no meio estelar à temperatura zero (estado fundamental).

Neste trabalho exploramos a formação de ressonâncias delta em densidades de até $\rho = 10\rho_0$ (Ver Figs. 4.8-4.11), pois sabe-se da literatura que acima deste valor provavelmente deve ocorrer uma transição de fase Hádron-QGP (Quark-Glúon Plasma) (PRAKASH, 1997).

Neste estudo apresentamos os resultados para a pressão em função da densidade para a matéria hadrônica, conforme os limites das constantes de acoplamento delta-méson determinados através das Regras de Soma da QCD (KOSOV, 1998), e dos demais acoplamentos híperon (Λ, Σ, Ξ)-méson através de Set1 e Set2 da Ref. (CHIAPPARINI, 2009). Observamos um desvio do comportamento da equação de estado para acoplamentos fora do acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$), onde o maior desvio ocorre para valores crescentes da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$, enquanto que para variação do acoplamento $\Delta - \omega$ o afastamento maior ocorre para valores decrescentes da constante de acoplamento. As variações das constantes de acoplamento em direções opostas é uma consequência do papel físico dos campos mesônicos σ e ω .

Concluimos que os referidos desvios comparados com o caso acoplamento universal, são atribuídos ao surgimento da ressonância delta no meio hadrônico quando a matéria estelar é submetida a maiores compressões.

Observamos ainda nos resultados para a pressão em função da densidade, considerando os casos: ($\alpha = 1.0, \beta = 1.4, \gamma = 1.0$), ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$) e ($\alpha = 0.7, \beta = \gamma = 1.0$), que em alguns intervalos, temos $\frac{dP}{d\rho} < 0$. Estes resultados nestes intervalos não têm sentido físico. Na realidade, este comportamento é indicativo da ocorrência de uma transição de fase, que deve ser tratada fazendo-se uma construção de Maxwell.

Para ilustrarmos a formação de ressonâncias delta no meio estelar, através das Figs.

4.8-4.11, mostramos os resultados para a população dos bárions e dos léptons em função da densidade, para o conjunto de valores do acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) e para ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), determinados pelas Regras de Soma da QCD, QCD + Set1 visto em (a), e QCD + Set2 visto em (b). Observamos através da Fig. 4.8 que as ressonâncias delta só aparecem por volta da densidade $\rho = 8\rho_0$, enquanto que na Fig. 4.9 as referidas ressonâncias não aparecem em (a) e nem em (b). Já nas Figs. 4.10 e 4.11, referente ao caso ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de $\rho = 2\rho_0$, se aproximando bastante dos resultados experimentais obtidos através das colisões de íons pesados relativísticos. Portanto, concluímos que o caso para o acoplamento universal ($\alpha = \beta = \gamma = 1.0$) não retrata a realidade.

Através da equação de estado obtida para a matéria estelar, resolvemos numericamente a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) para a estrutura interna de uma estrela com simetria esférica, e assim obtivemos as massas e raios das estrelas de nêutron.

Observamos através da Fig.5.1, onde usamos os limites das constantes de acoplamento Δ -méson determinados pelas Regras de Soma da QCD (KOSOV,1998), que a estrela de massa máxima é encontrada para o caso acoplamento universal, com uma massa de $1.80 M_{Sol}$ encerrada num raio de $10.37 Km$. Já na Fig.5.2, onde utilizamos os conjuntos de parâmetros para as demais constantes de acoplamento híperon (Λ, Σ, Ξ)-méson tomados da Ref. (CHIAPPARINI, 2009) através de Set1 e Set2, notamos que as estrelas de massa máxima são também encontradas para o caso acoplamento universal, com uma massa de $1.56 M_{Sol}$ encerrada num raio de $10.94 Km$, e com uma massa de $1.59 M_{Sol}$ encerrada num raio de $12.31 Km$, conforme mostramos em (a) e (b), respectivamente, porém, possuindo valores menores quando comparados com o caso anterior. Portanto, concluímos que com a inclusão dos conjuntos de parâmetros Set1 e Set2 no sistema, a equação de estado torna-se mais suave e, então, a massa máxima suportada pelas estrelas diminui.

Verificamos ainda, através da distribuição de densidade em função do raio para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$ (Ver Figs. 5.7 e 5.8), referente ao caso ($\alpha = 0.6, \beta = \gamma = 1.0$), que aparece explicitamente a transição de fase, representada pela reta vertical com linha cheia.

Finalmente, na Fig. 5.9 mostramos a distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$ referindo-se aos casos

($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$) apresentado em (a) e ($\alpha = 1.0$, $\beta = 1.4$, $\gamma = 1.0$) mostrado em (b). Notamos que as estrelas referente ao caso ($\alpha = 1.0$, $\beta = 1.4$, $\gamma = 1.0$) apresentam massas máximas superiores as do caso ($\alpha = 0.6$, $\beta = \gamma = 1.0$). Isto aconteceu devido ao fato de se ter aumentado o valor de $\beta = \frac{g_{\sigma\Delta}}{g_{\sigma N}} = 1.4$, ou seja, aumentar a intensidade da interação Δ - σ , significa introduzir um maior caráter atrativo para a interação das ressonâncias delta com os demais bárions do sistema.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. G., Ejeção de Massa em Proto-Estrelas de Nêutron Induzida por Escape de Neutrinos, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, (2008).
- BAADE, W.; ZWICKY, F., Phys. Rev. **45**, (1934) 138.
- BARBUY, B., Curso de Extensão Universitária: Introdução à astronomia e Astrofísica, Instituto Astronômico e Geofísico - USP, (1983).
- BARON, E.; COOPERSTEIN, J.; KAHANA, S., Phys. Rev. Lett. **55**, (1985) 126.
- BAYM, G.; BETHE, H.; PETHICK, C., Nucl. Phys. A **175**, (1971) 225.
- BAYM, G.; PETHICK, C.; SUTHERLAND, P., Astrophys. J. **170**, (1971) 299.
- BJORKEN, J. D.; DRELL, S.D., Relativistic Quantum Fields, McGraw-Hill, New York (1965).
- BLAIZOT, J. P., Phys. Rep. C **64**, (1980) 171.
- BLAIZOT, J. P.; GOGNY, D.; GRAMMATICOS, B., Nucl. Phys. A **265**, (1976) 315.
- BOGUTA, J., Nucl. Phys. A **372**, (1981) 386.
- BOGUTA, J., Phys. Lett. B **109**, (1982) 251.
- BOGUTA, J., Phys. Rev. Lett. **50**, (1983) 148.
- BOGUTA, J.; BODMER, A.R., Nucl. Phys. A **292**, (1977) 413.
- CHADWICK, J., Nature **129** (1932) 312.
- CHIAPPARINI, M.; RODRIGUES, H.; DUARTE, S.B., Phys. Rev. C **54**, (1996) 936.
- CHIAPPARINI, M., et al, Nucl. Phys. A **826** (2009) 178.
- CHIN, S. A., Ann. Phys. (N.Y.) **108**, (1977) 301.
- CHIN, S. A.; WALECKA, J.D., Phys. Lett. B **52**, (1974) 24.
- CHUNG, K. C., Vamos Falar de Estrelas?, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, 2000.
- DEXHEIMER, V. A., Compressibilidade da Matéria Nuclear em Estrelas de Nêutrons, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2006).
- EHEHALT, W.; CASSING, W.; ENGEL, A.; MOSEL, U.; WOLF, G., Phys. Rev. **C47**, (1993) 2467.

- FETTER, A.L.; WALECKA, J.D., Theoretical Mechanics of Particles and Continua, McGraw-Hill, New York (1980).
- GIACCONI, R.; GURSKY, H.; PAOLINI, F. R.; ROSSI, B. B., Phys. Rev. Lett. **9**, (1962) 439.
- GLENDENNING, N. K., Astrophys. J. **293**, (1985) 470.
- GLENDENNING, N. K., Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity, Springer-Verlag, New York (1997).
- GLENDENNING, N. K.; MOSZKOWSKI, S.A., Phys. Rev. Lett. **67**, (1991) 2414.
- GOLD, T., Nature **218**, (1968) 731.
- GONÇALVES, H. A. R., Descrição Lagrangeana Efetiva do Colapso Gravitacional e Confinamento de Neutrinos em Explosão de Supernova, Tese de Doutorado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, 1995.
- GRINBERG, S. E.; NEMES, M. C.; RODRIGUES, H.; CHIAPPARINI, M.; DUARTE, S. B., Phys. Rev. D **62** (12), (2000) 12300.
- HEWISH, A.; BELL, S. J.; PILKINGTON, J. D. H.; SCOTT, P. F.; COLLINS, R. A., Nature **217**, (1968) 709.
- HJORT, E. L. et al., Phys. Rev. Lett. **79**, (1997) 4345.
- HOFMANN, M.; MATTIELLO, R.; SORGE, H.; STÖCKER, H.; GREINER, W., Phys. Rev. C **51**, (1995) 2095.
- HONG, B. et al., Phys. Lett. B **407**, (1997) 115.
- HUANG, K., Statistical Mechanics, John Wiley & Sons, New York (1965).
- IRVINE, J.M., Neutron Stars, Clarendon Press, Oxford (1978).
- JIN, X., Phys. Rev. C **51**, (1995) 2260.
- KEPLER, S. O. F.; MARIA, F. O. S., Astronomia e Astrofísica, Editora Livraria da Física, São Paulo - SP, (2004).
- KODAMA, T., Introdução à Astrofísica Nuclear, Escola de Verão do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas-CBPF, Rio de Janeiro, 12 - 30 de Janeiro, (1998).
- KOSOV, D.S.; FUCHS, C.; MARTEMYANOV, B.V.; FAESSLER, A., Phys. Lett. B **421**, (1998) 37.
- LANDAU, L. D., Phys. Z. Sowjetunion **1**, (1932) 285.
- MACIEL, W. J., Introdução à Estrutura e Evolução Estelar, Editora da Universidade de São Paulo - Edusp, São Paulo (1999).

MANCHESTER, R. N. et al., The Australia Telescope National Facility Pulsar Catalogue, (2009).

MARRANGHELLO, G. F., Estrutura Nuclear de Estrelas Compactas, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (2000).

MATSUI, T., Nucl. Phys. A **370**, (1981) 365.

OLIVEIRA, J. C. T., Notas de Aulas da Disciplina Física de Partículas Elementares, Curso de Mestrado em Física da Universidade Federal de Roraima, Boa Vista - RR, (1998).

OLIVEIRA, J. C. T.; KYOTOKU, M.; CHIAPPARINI, M.; RODRIGUES, H.; DUARTE, S.B., Mod. Phys. Lett. A **15**, (2000) 1529.

OLIVEIRA, J. C. T.; DUARTE, S.B.; RODRIGUES, H.; CHIAPPARINI, M.; KYOTOKU, M., Int. J. Mod. Phys. D **16**, (2007) 175.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M., Phys. Rev. **55**, (1939) 374.

ÖZEL, F., Nature **441** (2006) 1115.

PRAKASH, M.; BOMBACI, I.; PRAKASH, M.; ELLIS, P. J.; LATTIMER, J.M.; KNORREN, R., Phys. Rep., 280, (1997) 1.

RARITA, W.; SCHWINGER, J., Phys. Rev. **60**, (1941) 61.

SEROT, B. D.; WALECKA, J.D., Phys. Lett. B **87**, (1979) 172.

SEROT, B. D.; WALECKA, J.D., The relativistic nuclear many-body problem, Advances in Nuclear Physics, vol.16, Plenum Press, New York (1986) 1.

SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A., Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars, John Wiley & Sons, New York (1983).

STRAUMANN, N., General Relativity and Relativistic Astrophysics, Springer-Verlag, Berlin (1984).

TOLMAN, R. C., Phys. Rev. **55**, (1939) 364.

WALDHOUSER, B.M.; MARUHN, J.A.; STOCKER, H.; GREINER, W., Phys. Rev. C **38**, (1988) 1003.

WALECKA, J.D., Ann. Phys. (N.Y.) **83**, (1974) 491.

WEINBERG, S., Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity, John Wiley & Sons, New York (1972).

WWW.ON.COM.BR, acessado em 19/10/2010.

APÊNDICE A

Notações e Convenções

Os quadrivetores contravariantes que aparecem no texto são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x^\mu &= (t, \mathbf{x}), \\ p^\mu &= (E, \mathbf{p}), \\ \partial^\mu &\equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right), \end{aligned} \tag{1}$$

e os quadrivetores covariantes por

$$\begin{aligned} x_\mu &= (t, -\mathbf{x}), \\ p_\mu &= (E, -\mathbf{p}), \\ \partial_\mu &\equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right), \end{aligned} \tag{2}$$

com essa norma, o tensor métrico é dado por

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Se a e b são dois quadrivetores, então o produto escalar entre eles fica assim escrito:

$$a \cdot b = a_\mu b^\mu = a^\mu g_{\mu\nu} b^\nu = a^0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b},$$

e, de forma análoga

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \tag{3}$$

Os índices gregos, como μ, ν , etc., assumem valores 0 a 3, enquanto que os índices latinos, como i, j , etc., assumem valores 1 a 3.

As matrizes de Dirac satisfazem as seguintes regras de anticomutação:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}.$$

Observe ainda que

$$(\gamma^0)^2 = 1$$

$$(\gamma^0 \gamma^i)^2 = 1$$

$$\{\gamma^0, \gamma^i\} = 0$$

e que

$$\gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu = (\gamma^0, -\hat{\gamma}). \quad (4)$$

A matriz γ_5 é definida por

$$\gamma_5 \equiv \gamma^5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3.$$

Os espinores de Dirac satisfazem as relações

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m) u(k, \lambda) = 0,$$

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu + m) v(k, \lambda) = 0,$$

$$\bar{u}(k, \lambda) (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) = 0,$$

$$\bar{v}(k, \lambda) (i\gamma_\mu \partial^\mu + m) = 0,$$

e

$$u^\dagger(k, \lambda) u(k, \lambda') = v^\dagger(k, \lambda) v(k, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'},$$

$$\bar{u}(k, \lambda) u(k, \lambda') = \bar{v}(k, \lambda) v(k, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{m}{(k^2 + m^2)^{1/2}}.$$

APÊNDICE B

A Equação de Equilíbrio Hidrostático

Consideremos uma estrela em equilíbrio hidrostático, isto é, um elemento de volume no interior da estrela estará em equilíbrio sob a ação das forças gravitacional e de pressão do gás estelar (Figura 1).

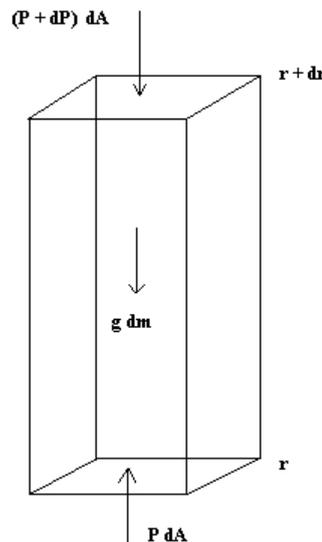


Figura 1: Elemento de volume no interior da estrela. Figura retirada da Ref. (MACIEL, 1999).

Chamando dr a altura do elemento de volume, dA a área de sua seção transversal e dm sua massa, a existência do equilíbrio hidrostático implica a igualdade das forças gravitacional e de pressão do gás estelar.

Chamando P a pressão exercida na face à altura r e $P + dP$ a pressão exercida na face à altura $r + dr$, temos

$$(P + dP)dA + gdm = PdA \quad (1)$$

onde $g = g(r)$ é a aceleração gravitacional devida à matéria interior a r . Portanto,

$$dPdA = -gdm. \quad (2)$$

Agora, como $dm = \rho dA dr$, obtemos:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g. \quad (3)$$

Para uma estrela esférica, temos

$$g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} \quad (4)$$

de modo que,

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \quad (5)$$

que é a equação de equilíbrio hidrostático, onde a força gravitacional é contrabalançada pela componente radial do gradiente da pressão do gás estelar, ao longo da estrutura da estrela.

APÊNDICE C

A Equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)

Nos moldes da Relatividade Geral, a gravitação (nos efeitos geométricos) e o conteúdo de matéria e energia do sistema estão relacionados pela equação de Einstein

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}_{\mu\nu} \quad (1)$$

onde

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} = \mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{\mu\nu} R \quad (2)$$

sendo $\mathbf{R}_{\mu\nu}$, o tensor de Ricci, e R , a curvatura escalar do espaço,

$$\mathbf{R}_{\mu\nu} \equiv \mathbf{R}^{\lambda}_{\mu\lambda\nu}, \quad R \equiv \mathbf{R}^{\mu}_{\mu} \quad (3)$$

obtidas das contrações do tensor de curvatura de Riemann-Christoffel

$$\mathbf{R}^{\lambda}_{\mu\sigma\nu} \equiv \frac{\partial \Gamma^{\lambda}}{\partial x^{\nu}} \mu\sigma - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}}{\partial x^{\sigma}} \mu\nu + \Gamma^{\eta}_{\mu\sigma} \Gamma^{\lambda}_{\nu\eta} - \Gamma^{\eta}_{\mu\nu} \Gamma^{\lambda}_{\sigma\eta} \quad (4)$$

com a conexão afim $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ definida em termos do tensor métrico $\mathbf{g}_{\mu\nu}$

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \mathbf{g}^{\eta\lambda} \left\{ \frac{\partial \mathbf{g}_{\nu\eta}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial \mathbf{g}_{\mu\eta}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial \mathbf{g}_{\nu\mu}}{\partial x^{\eta}} \right\}. \quad (5)$$

Para uma métrica descrevendo sistemas estáticos e com simetria esférica, caso típico de uma estrela de nêutron, a solução de (1) apresenta a seguinte forma

$$ds^2 = A(r) dt^2 - B(r) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (6)$$

A exigência de que quando $r \rightarrow \infty$, esta métrica deve aproximar-se do tensor de Minkowski em coordenadas polares esféricas, impõe a condição

$$A(r) = \frac{c^2}{B(r)}, \quad r \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Para as equações de campo do espaço vazio há uma única solução

$$A(r) = c^2 \left[1 - \frac{2MG}{c^2 r} \right] \quad (8)$$

e, com esta forma, (6) é conhecida como a métrica de Schwarzschild.

Tendo em conta que o tensor momento-energia é dado por (WEINBERG, 1972)

$$\mathbf{T}_{\mu\nu} = P\mathbf{g}_{\mu\nu} + \left(\frac{P}{c^2} + \rho \right) \mathbf{u}_\mu \mathbf{u}_\nu \quad (9)$$

onde P é a pressão, ρ é a densidade de massa relativística, e \mathbf{u}^μ é o quadrivetor velocidade associado ao movimento do fluido, tem-se que

$$\mathbf{g}^{\mu\nu} \mathbf{u}_\mu \mathbf{u}_\nu = -1 \quad (10)$$

Para um fluido em repouso, e a métrica (6), temos

$$u_r = u_\theta = u_\phi = 0; u_t = -[A(r)]^{-1/2} \quad (11)$$

Levando em conta as simetrias envolvidas, encontra-se que as equações de Einstein (1) se reduzem às três equações para R_{rr} , $R_{\theta\theta}$, e R_{tt} , as quais podem ser resolvidas juntamente com a condição de equilíbrio para as funções métricas $A(r)$, $B(r)$, chegando-se a

$$B(r) = \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right)^{-1} \quad (12)$$

onde $M(r)$ é a massa inserida num raio r

$$M(r) = \int_0^r 4\pi\rho(r') r'^2 dr', \quad (13)$$

$$\frac{1}{A(r)} \frac{dA(r)}{dr} = - \frac{2dP/dr}{[\rho c^2 + P]} \quad (14)$$

Substituindo (8) em (14), obtemos

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \left[1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2} \right] \left[1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2} \right] \left[1 - \frac{2GM(r)}{rc^2} \right]^{-1} \quad (15)$$

que é a versão no contexto da Relatividade Geral da equação (5.1) e conhecida como equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (IRVINE, 1978; STRAUMANN, 1984).