



UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

WELLINGTON ALENCAR DE SOUTO

ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM RESSONÂNCIAS DELTA  
USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR

Boa Vista  
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

WELLINGTON ALENCAR DE SOUTO

**ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM RESSONÂNCIAS DELTA  
USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR**

Dissertação apresentada como pré-requisito para  
conclusão do Curso de Mestrado em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Teixeira de  
Oliveira.

Boa Vista  
2012

WELLINGTON ALENCAR DE SOUTO

**ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM RESSONÂNCIAS DELTA  
USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal de Roraima - UFRR como pré-requisito para conclusão do Curso de Mestrado em Física, defendida em 28 de junho de 2012 e avaliada pela seguinte banca examinadora:

---

Prof. Dr. José Carlos Teixeira de Oliveira  
Orientador/Departamento de Física - UFRR

---

Prof. Dr. Ricardo de Sousa Costa  
Universidade Federal de Rondônia - UNIR/RO

---

Prof. Dr. Ijanílio Gabriel de Araújo  
Departamento de Física - UFRR

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)  
Biblioteca Central da Universidade Federal de Roraima

S728e Souto, Wellington Alencar de  
Estrutura de protoestrelas de nêutron com ressonâncias  
delta usando o modelo de Walecka não linear / Wellington  
Alencar de Souto. – Boa Vista, 2012.  
97 p. ; il.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Teixeira de Oliveira.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de  
Roraima, Programa de Pós-Graduação em Física.

1 – Protoestrelas de nêutron. 2 – Estrelas de nêutron. 3  
– Ressonâncias delta. 4 – Modelo de Walecka não linear. 5  
– Aproximação de campo médio. I - Título. II – Oliveira,  
José Carlos Teixeira de (orientador).

CDU 543.429.23

*Aos meus pais:*

*Antônio Luís de Souto (in memoriam) e  
Gizélia Alencar de Souto*

*À minha esposa Dryva e  
ao meu filho Enrico*

## AGRADECIMENTOS

- ▶ Ao Orientador Prof. Dr. José Carlos Teixeira de Oliveira (DFIS–UFRR), pela excelente orientação.
- ▶ Aos professores que ministraram as disciplinas do mestrado:
  - Prof. Dr. Adriano Trindade de Barros;
  - Prof. Dr. Roberto Câmara de Araújo;
  - Prof. Dr. Miguel Gustavo de Campos Batista; e
  - Prof. MSc. João Bosco Pereira Duarte.
- ▶ Ao Prof. MSc. Antonio Ferreira da Silva, pelo apoio com o  $\text{\LaTeX} 2\epsilon$ .
- ▶ Aos meus pais Antonio Luís de Souto (*in memoriam*) e Gizélia Alencar de Souto.
- ▶ À minha esposa Dryva e ao meu filho Enrico.
- ▶ Aos meus tios: Maurício Bandeira (*in memoriam*) e Maria de Lourdes Alencar Bandeira; e Valdemiro Ferreira Filho e Maria do Socorro Gomes Ferreira, pelo apoio que me deram em João Pessoa/PB, durante meus estudos de graduação na UFPB.

## RESUMO

Neste trabalho obtivemos a equação de estado para ser usada no estudo da estrutura de protoestrelas de nêutron. Para tanto, adotamos o modelo de Walecka não linear numa aproximação de campo médio. Neste modelo a equação de estado consiste do octeto de bárions de spin 1/2 ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ) e das ressonâncias bariônicas de spin 3/2, representadas pela matéria de delta ( $\Delta^-$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^{++}$ ) e de  $\Omega^-$ , no setor bariônico. Enquanto que no setor leptônico consideramos os elétrons, os muons e os correspondentes neutrinos aprisionados. Dessa forma, estudamos os efeitos dos neutrinos sobre a equação de estado nos instantes iniciais da formação de uma estrela de nêutron. Discutimos então a estrutura da protoestrela de nêutron incluindo as ressonâncias delta em sua composição, e comparamos os resultados na fase de resfriamento induzido pelo escape de neutrinos. As constantes de acoplamento entre os híperons  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ , e  $\Xi$  e os mésons  $\omega$  e  $\rho$  são fixados usando a simetria SU(6), enquanto que as constantes de acoplamento híperons- $\sigma$  são determinadas pela consistência do potencial hipernuclear na matéria nuclear. Além disso, utilizamos os possíveis valores das constantes de acoplamento delta-méson através das Regras de soma da QCD para densidade finita. Através da equação de estado obtida com o referido modelo, resolvemos numericamente a equação TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) e assim obtivemos os valores da massa máxima da estrela, antes e após o resfriamento.

**Palavras-chave:** Protoestrelas de Nêutron; Estrelas de Nêutron; Ressonâncias Delta; Modelo de Walecka Não Linear; Aproximação de Campo Médio.

## ABSTRACT

In this work we obtained the equation of state to be used to study the structure of neutron protostars. To this end, we adopt the nonlinear Walecka model in the mean field approximation. In this model the equation of state is the octet of baryons of spin 1/2 ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ) and baryonic resonances of spin 3/2, represented by the delta matter ( $\Delta^-$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^{++}$ ) and  $\Omega^-$  in the baryonic sector. In the leptonic sector we consider the electrons, muons and the corresponding trapped neutrinos. Thus, we studied the effects of neutrinos on the equation of state in the initial instants of the formation of a neutron star. We discussed the structure of the neutron protostar including the delta resonances in its composition, and compared the results in the phase of cooling induced by the escape of neutrinos. Coupling constants between hyperons  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ , and  $\Xi$  and mesons  $\omega$  and  $\rho$  are determined using the SU(6) and the coupling constants hyperons- $\sigma$  are determined by the consistency of the hypernuclear potential in the nuclear matter. In addition, we use the possible values of the coupling constants through the delta-meson QCD sum rules to finite density. Using the equation of state obtained with this model, we solve numerically the equation TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) and so we obtained the values of the maximum mass of the star before and after cooling.

**Keywords:** Neutron Protostars, Neutron Stars, Delta Resonances; Nonlinear Walecka Model; Mean Field Approximation.



## RESUMO

En ĉi tiu laboro ni disvolvis la statan ekvacion, por ke ĝi estu uzata en la studo de la strukturo de neŭtronaj proto-steloj. Tiucele, ni adoptis la nelinearan Waleckan modelon en la proksimumado de la averaĝa kampo. En ĉi tiu modelo la stata ekvacio konsistas el la barjona okopo de spino 1/2 ( $n, p, \Lambda^0, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$ ) kaj barjona resonanco de spino 3/2, reprezentitaj de la delta materio ( $\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$ ) kaj  $\Omega^-$  en la barjona sektoro. En la leptona sektoro ni konsideras la elektronojn, muonojn kaj la respektivajn kaptitajn neŭtrinojn. Tiel, ni studis la efikojn de neŭtrinoj en la stata ekvacio en la komencaj momentoj de la formado de neŭtronaj steloj. Estis ankaŭ diskutata la strukturon de la neŭtrona proto-stelo inkludante la deltajn resonancojn en ĝia komponado, kaj ni komparis rezultojn dum la malvarmiga fazo induktita de la eskapo de neŭtrinoj. La kuplilaj konstantoj inter hiperonoj  $\Lambda, \Sigma$ , kaj  $\Xi$  kaj mezonoj  $\omega$  kaj  $\rho$  estas fiksitaj el simetrio SU(6) dum la kuplilaj konstantoj hiperonoj- $\sigma$  estas determinitaj per la konsistenco de la hipernuklea potencialo en nuklea materio. Krome, ni uzis la eblajn valorojn de la delto-mezono kuplilaj konstantoj por la sumreguloj de Kvantuma KolorDinamiko (KKD) por la finita denseco. Uzante la statan ekvacion akirita de ĉi tiu modelo, ni ciferece solvis la ekvacion TOV (Tolman-Oppenheimer-Volkoff) kaj tiel ni akiris la valorojn de la maksimuma maso de la stelo antaŭ kaj post malvarmiĝo.

**Ŝlosilvortoj:** Neŭtronaj Proto-Steloj; Neŭtronaj Steloj; Deltaj Resonancoj; Nelineara Walecka Modelo; Proksimumado de la Averaĝa Kampo.

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras .....</b>	
<b>Lista de Tabelas .....</b>	
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>2 EVOLUÇÃO ESTELAR COM FOCO NAS ESTRELAS DE NÊUTRON .....</b>	<b>20</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	20
2.2 O DIAGRAMA HERTZSPRUNG-RUSSEL .....	21
2.3 A FASE PRÉ-ESTELAR - PROTOESTRELAS .....	22
2.4 ESTRELAS NA SEQUÊNCIA PRINCIPAL .....	22
2.5 GIGANTE VERMELHA .....	24
2.6 SUPERGIGANTE VERMELHA .....	24
2.7 SUPERNOVA .....	25
2.8 PROTOESTRELAS DE NÊUTRON .....	27
2.9 ESTRELAS DE NÊUTRON .....	27
<b>3 A HADRODINÂMICA QUÂNTICA DE WALECKA .....</b>	<b>29</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	29
3.2 O MODELO DE WALECKA QHD-I .....	30
3.3 A APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO (ACM) .....	32
3.4 A EQUAÇÃO DE ESTADO PARA O MODELO QHD-I .....	34
3.5 O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR .....	36
3.6 O MODELO DE WALECKA QHD-II .....	37

3.7	A EQUAÇÃO DE ESTADO PARA O MODELO QHD-II .....	40
<b>4</b>	<b>RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR.....</b>	<b>42</b>
4.1	INTRODUÇÃO .....	42
4.2	FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR .....	43
<b>5</b>	<b>ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM RESSONÂNCIAS DELTA USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR.....</b>	<b>61</b>
5.1	INTRODUÇÃO .....	61
5.2	USO DA EQUAÇÃO DE TOLMAN - OPPENHEIMER - VOLKOFF (TOV) NA ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON .....	62
5.3	ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM A MATÉRIA FORMADA POR RESSONÂNCIAS DELTA .....	63
	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>81</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>83</b>
	<b>Apêndice A – Nucleossíntese nos Interiores Estelares .....</b>	<b>87</b>
	<b>Apêndice B – Notações e Convenções .....</b>	<b>92</b>
	<b>Apêndice C – A Equação de Equilíbrio Hidrostático.....</b>	<b>94</b>
	<b>Apêndice D – A Equação de Tolman- Oppenheimer-Volkoff (TOV).....</b>	<b>96</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Diagrama HR mostrando o caminho evolutivo de uma estrela do tipo do Sol.	21
Figura 2.2	Esquema da evolução estelar para diferentes massas iniciais, sem escala. . . .	23
Figura 2.3	Esquema da evolução de uma estrela que se transformará numa estrela de nêutron, sem escala. . . . .	24
Figura 2.4	Estrutura em camadas na fase de supergigante. . . . .	25
Figura 2.5	Classificação das supernovas. . . . .	26
Figura 2.6	Uma estrela de nêutron cujo eixo de rotação não coincide com seu eixo magnético é chamada de pulsar. . . . .	28
Figura 4.1	Limites das constantes de acoplamento delta-méson (KOSOV, 1998). . . . .	48
Figura 4.2	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ (parâmetro $\beta$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. . . . .	49
Figura 4.3	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ (parâmetro $\beta$ ), determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos. . . . .	50
Figura 4.4	Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \sigma$ (parâmetro $\beta$ ), determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos	

com e sem neutrinos. ....	51
Figura 4.5 Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$ (parâmetro $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. ....	52
Figura 4.6 Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$ (parâmetro $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos. ....	53
Figura 4.7 Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento $\Delta - \omega$ (parâmetro $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos. ....	54
Figura 4.8 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. ....	55
Figura 4.9 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR+Set1, para os casos com e sem neutrinos. ....	56
Figura 4.10 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos. ....	57
Figura 4.11 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ , $\beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. ....	58

- Figura 4.12 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ) . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1, para os casos com e sem neutrinos. .... 59
- Figura 4.13 População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ) . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos. .... 60
- Figura 5.1 Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. .... 66
- Figura 5.2 Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ) usando os valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos. ... 67
- Figura 5.3 Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ) usando os valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos. ... 68
- Figura 5.4 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. .... 69

- Figura 5.5 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1, para os casos com e sem neutrinos. .... 70
- Figura 5.6 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos. .... 71
- Figura 5.7 Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos. .... 72
- Figura 5.8 Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos. .... 73
- Figura 5.9 Distribuição de pressão em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2 para os casos com e sem neutrinos. .... 74
- Figura 5.10 Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro

$\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos. .... 75

Figura 5.11 Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos. .... 76

Figura 5.12 Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2 para os casos com e sem neutrinos. .... 77

Figura 5.13 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos. .... 78

Figura 5.14 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos. .... 79

Figura 5.15 Distribuição de massa encerrada na camada de raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2 para os casos com e sem neutrinos. .... 80

Figura A.1 O ciclo próton-próton. .... 88



Figura A.2 O ciclo CNO. ....	89
Figura C.1 Elemento de volume no interior da estrela. ....	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Campos para os Modelos QHD-I e QHD-II (SEROT, 1986). . . . .	29
Tabela 3.2	Comparação entre os valores experimentais e o modelo QHD-I. . . . .	36
Tabela 3.3	Comparação entre o valor experimental e o modelo QHD-II. . . . .	41
Tabela 4.1	Conjunto de constantes de acoplamento híperon-méson (CHIAPPARINI, 2009). . . . .	43
Tabela 4.2	Parâmetros do modelo da Referência (GLENDENNING, 1991). . . . .	43
Tabela 5.1	Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR. . . . .	63
Tabela 5.2	Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR + Set1. . . . .	64
Tabela 5.3	Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR + Set2. . . . .	64
Tabela A.1	Limite de massa de uma estrela para o qual seja possível a fusão do elemento. Adaptado de (MARRANGHELLO, 2000). . . . .	87
Tabela B.1	Definições dos vetores contravariantes e covariantes. . . . .	92

# 1 INTRODUÇÃO

A astrofísica nuclear tem como objetivo lidar com sistemas físicos dotados de enorme massa e, nos estágios finais de evolução estelar, com sistemas a altas densidades. A teoria adequada para tratar a dinâmica dos corpos massivos com elevadas densidades é a Relatividade Geral.

No estudo da evolução estelar é admitida a hipótese de que as leis da física em geral e da física nuclear em particular, obtidas a partir de experimentos em laboratórios, sejam igualmente válidas em escala astronômica, permitindo, assim, sua extrapolação ao estudo de corpos celestes. Tal hipótese poderá ser confirmada ou não *a posteriori*.

É importante perceber que esta hipótese, embora natural, não é trivial. Com efeito, é sabido que, em laboratório, um gás tende a ocupar todo o volume do recipiente que o contém (expansão livre de um gás). Agora o que acontece se o volume do recipiente e a massa do gás aumentarem até que assumam dimensões astronômicas?

Ao contrário do que acontece em laboratório, não se observa a expansão livre do gás, mas o fenômeno oposto, isto é, a condensação do gás. Isto acontece, porque, a força gravitacional, em decorrência da grande massa envolvida, se manifesta soberana, de modo tal que a energia de ligação gravitacional supera a energia térmica do gás (CHUNG, 2000).

Acredita-se que o nascimento de uma estrela seja originado por instabilidades gravitacionais na distribuição de matéria de um gás interestelar, fazendo com que o sistema se condense lentamente até se formar uma protoestrela (GONÇALVES, 1995). Em seguida, devido à autogravitação, o sistema se contrai e esquenta, começando a irradiar energia através das camadas mais externas. A partir deste momento, a protoestrela se transforma em estrela (CHUNG, 2000).

Durante o período inicial de formação, chamado de pré-sequência principal, a única fonte de energia da estrela é a gravitação. Pelo teorema do virial é garantido que metade da energia gravitacional, resultante da contração do sistema, é convertida em energia térmica, levando ao aumento da temperatura da estrela. O restante da energia é dissipada em forma de radiação

emitida para fora do sistema e, também, para manter as correntes de convecção que se estabelecem no interior da massa gasosa em contração. À medida que a densidade vai aumentando, esses movimentos turbulentos vão se restringindo às camadas mais externas, até que um núcleo denso e quente seja formado.

Quando o núcleo da estrela atinge condições termodinâmicas capazes de viabilizarem as reações termonucleares, a estrela para de se contrair e atinge, por um período de tempo prolongado, uma configuração de equilíbrio (GONÇALVES, 1995).

As estrelas suficientemente massivas, com massa entre  $8M_{\odot}$  e  $60M_{\odot}$ , onde  $M_{\odot}$  representa a massa do Sol, quando chegam ao final de sua vida ativa, desenvolvem um caroço de Ferro com massa aproximadamente igual ao limite de Chandrasekhar. Devido a processos fortemente endotérmicos, como a fotodissociação do  $^{56}Fe$  e a captura eletrônica, tais estrelas entram em colapso gravitacional e, a seguir, explodem violentamente como supernovas (GONÇALVES, 1995).

A energia liberada durante a explosão de supernova é da ordem de alguns *foe* ( $1 \text{ foe} \equiv 10^{51}$  ergs), e um único evento pode brilhar mais do que toda uma galáxia. Tais eventos de explosão foram denominados de supernova por Baade e Zwicky (BAADE, 1934). Os mesmos autores propuseram que as estrelas de nêutron seriam formadas a partir das referidas explosões.

Após explodir violentamente como supernova Tipo II, restará no centro da estrela um caroço compacto (protoestrela de nêutron) que pode, conforme o valor de sua massa, atingir uma configuração dinamicamente estável: uma estrela de nêutron (GONÇALVES, 1995).

Existe uma diferença fundamental entre a física que gera a protoestrela de nêutron logo após a explosão da supernova e aquela que governa a estrela de nêutron em equilíbrio: o confinamento de neutrinos. Embora considerando a mesma equação de estado para ambas no que se refere à interação forte, existe pelo menos um lépton – o neutrino, que desempenhará um papel muito importante na explosão, pois ele “endurece” a equação de estado, dificultando que densidades suficientemente altas sejam atingidas durante este processo. Mas os neutrinos acabam escapando da protoestrela de nêutron levando à estrela de nêutron propriamente dita (GRYNBERG, 2000).

Segundo as muitas evidências observacionais disponíveis, acredita-se que os pulsares sejam estrelas de nêutron em rotação. Esta hipótese, hoje praticamente um consenso entre os astrofísicos, foi inicialmente aventada por Thomas Gold (GOLD, 1968), em 1968, logo após a primeira observação de um pulsar, feita por Jocelyn Bell (HEWISH, 1968) em 1967.

A densidade no centro de uma estrela de nêutron pode atingir valores maiores que a

densidade de saturação da matéria nuclear ( $\rho_0 = 0.15$  núcleons/ $fm^3$ ) e, contrariamente ao que ocorre no caso das estrelas anãs brancas, o limite superior de massa de uma estrela de nêutron ainda não está bem estabelecido, uma vez que a equação de estado da matéria estelar, no regime supranuclear de densidade, não é ainda bem conhecida. Em vista disso, o limite superior de massa para uma estrela de nêutron é fortemente dependente do tipo de equação de estado que é utilizada nos cálculos de estrelas de nêutron (GONÇALVES, 1995).

Neste trabalho estudamos os efeitos dos neutrinos sobre a equação de estado nos instantes iniciais da formação de uma estrela de nêutron.

Discutimos a estrutura da protoestrela de nêutron com a inclusão das ressonâncias delta em sua composição, e assim comparamos os resultados na fase de resfriamento (*cooling*) induzido pelo escape de neutrinos da protoestrela de nêutron.

No presente trabalho adotamos o modelo de Walecka não linear, no contexto da aproximação do campo médio (SEROT, 1986).

Para finalizar, apresentamos a seguir a estrutura desta dissertação:

No primeiro capítulo, como vimos, fazemos uma introdução ao tema estudado. No segundo capítulo, fazemos um breve apanhado sobre a teoria da evolução estelar. No terceiro capítulo, apresentamos o modelo de Walecka não linear, mostrando sua aplicabilidade na obtenção de uma equação de estado para a matéria estelar.

Como contribuições originais do presente trabalho, no quarto capítulo determinamos a equação de estado para a matéria estelar incluindo as ressonâncias delta e demais híperons e, no quinto capítulo aplicamos a equação de estado na determinação da estrutura de protoestrelas de nêutron. Finalmente, no sexto capítulo, apresentamos as conclusões.

## 2 EVOLUÇÃO ESTELAR COM FOCO NAS ESTRELAS DE NÊUTRON

### 2.1 INTRODUÇÃO

O estudo da evolução estelar tem importância fundamental na astrofísica pois as estrelas são objetos dinâmicos: transformam-se através de etapas cada vez mais definidas.

No âmbito deste estudo da evolução estelar, iremos discutir a formação das estrelas de nêutron em seu estágio embrionário: a protoestrela de nêutron, na qual faremos uso das aplicações da física nuclear.

No processo evolutivo estelar, consideramos as interações fundamentais: gravitacional, eletromagnética e as nucleares fraca e forte, em contraste ao que acontece nos laboratórios onde despreza-se a interação gravitacional, uma vez que a massa dos núcleos envolvidos são pequenas.

No meio interestelar, numa região onde os elementos podem ocupar distâncias de centenas de anos-luz<sup>1</sup> de diâmetro, uma distribuição de elementos<sup>2</sup> como hidrogênio, hélio, carbono e outros mais pesados, como o ferro e silicatos<sup>3</sup>, possuindo movimento desordenado, criam flutuações de densidade que culminam com sua condensação através da atração gravitacional. Desta maneira um núcleo, mais denso que na região restante, se forma.

Toda a região ocupada pelos elementos chega a possuir massa em torno de  $10^7 M_{\odot}$  e temperaturas que variam de 10 a 2000K (GLENDEENING, 2007). Nesta fase, a taxa de agregação de massa aumenta com o aumento da temperatura, demorando em torno de  $10^5$  a  $10^6$  anos para acumular o equivalente a uma massa solar.

Durante sua vida, que pode durar entre  $10^6$  a  $10^{12}$  anos<sup>4</sup>, a estrela passa por muitas

<sup>1</sup>Conforme a definição da União Astronômica Internacional (UAI), um ano-luz é a distância que a luz atravessa no vácuo em um Ano Juliano: 365,25 dias de 86.400 segundos. (<http://www.iau.org/public/measuring/>).

<sup>2</sup>Nuvens ou nebulosas.

<sup>3</sup>Compostos constituídos de silício e oxigênio.

<sup>4</sup>Na sequência principal (KEPLER, 2004). Passando por outras fases, até chegar à sua “morte”.

reações através da fusão termonuclear, que vai transformando elementos mais leves (como o hidrogênio) em mais pesados (hélio, carbono, etc.).

## 2.2 O DIAGRAMA HERTZSPRUNG-RUSSEL

O Diagrama HR, abreviação de Hertzsprung-Russell, foi descoberto independentemente pelo dinamarquês Ejnar Hertzsprung e pelo americano Henry Norris Russell, entre 1911 e 1913 (KEPLER, 2004).

Através do diagrama HR, podemos relacionar parâmetros como a Luminosidade (L) e a Temperatura superficial (T) de várias estrelas. Durante sua existência, seja durante sua formação, faltando  $10^6$  anos para o início da fusão do Hidrogênio, seja  $10^6$  anos depois, uma estrela pode ser identificada por um par (L,T) específico que, graficado no diagrama HR, nos mostrará sua trajetória evolutiva.

A figura 2.1 mostra a sequência evolutiva do Sol no Diagrama HR<sup>5</sup>.

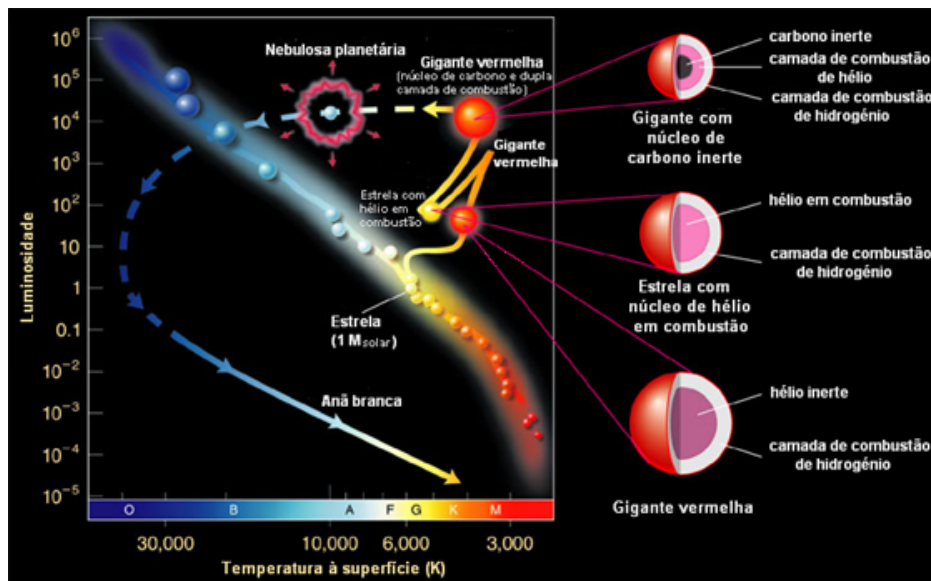


Figura 2.1: Diagrama HR mostrando o caminho evolutivo de uma estrela do tipo do Sol.

As Estrelas iniciam sua evolução na sequência principal, área do gráfico que começa na lateral direita inferior, menos quente e menos luminosa, e que vai até a área superior esquerda do gráfico, mais quente e mais luminosa. Tornam-se gigantes ou supergigantes, ocupando a área direita superior e se extinguem como anãs brancas, área esquerda inferior, ou, em casos mais raros, de forma explosiva e peculiar, como as estrelas de nêutron e os buracos negros, objetos celestes estes que não podem ser graficados no diagrama HR.

<sup>5</sup>Fonte: <http://cas.sdss.org/dr5/pt/astro/stars/stars.asp>

## 2.3 A FASE PRÉ-ESTELAR - PROTOESTRELAS

As regiões onde são formadas as estrelas são as nuvens de gás interestelar composto principalmente por Hidrogênio e poeira<sup>6</sup>. Em consequência das variações de densidade, a concentração de elementos torna-se alta o suficiente para que a matéria sofra contração gravitacional. A energia gravitacional é convertida em calor, tornando a matéria mais quente, o que provoca a emissão de radiação.

O aumento da temperatura ocorre unicamente através da transformação da energia potencial gravitacional em energia térmica, causando um gradiente de temperatura entre as camadas externas e centrais o que leva a formação de correntes de convecção.

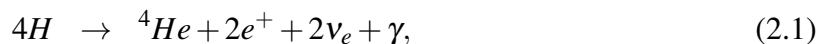
A esta fase nomeia-se *protoestrela*. A protoestrela não é considerada uma estrela propriamente dita devido a incapacidade de ocorrer reações nucleares em seu centro.

A protoestrela continua em processo de contração por bilhões de anos até que sua temperatura central atinge o ponto de ignição para que aconteça a fusão de hidrogênio em hélio ( $T \approx 10^7 \text{K}$ ). A partir daí, a fusão termonuclear<sup>7</sup> torna-se a fonte de energia dominante e a pressão térmica e de radiação irão contrabalançar a força gravitacional por milhões ou bilhões de anos, escala de tempo que dependerá da massa inicial (GLENDEENING, 2007).

A protoestrela agora juntou-se à *sequência principal* de estrelas, onde irá despender a maior parte de sua vida luminosa num estado de “colapso suspenso” enquanto queima<sup>8</sup> sua grande quantidade de hidrogênio ao mesmo tempo em que irradia vagarosamente energia de sua superfície.

## 2.4 ESTRELAS NA SEQUÊNCIA PRINCIPAL

Ao atingir temperaturas da ordem de 8 milhões de Kelvin<sup>9</sup>, inicia-se a fusão termonuclear com a transmutação do Hidrogênio em Hélio:



<sup>6</sup>Aglomeração de moléculas, ejetadas das camadas mais quentes de estrelas anteriores (GLENDEENING, 2007)

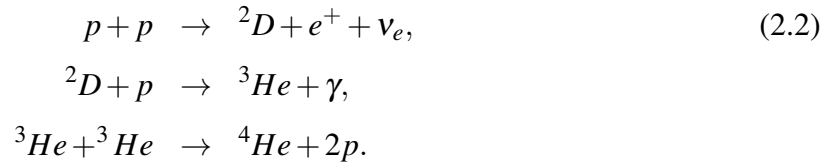
<sup>7</sup>*Fusão Termonuclear* refere-se a fusão nuclear induzida pelo tunelamento quântico através da barreira Coulombiana entre os núcleos. A agitação térmica fornece a energia para o tunelamento quântico através da barreira de potencial que é classicamente uma obstrução. A fusão é exotérmica, isto é, libera calor, até a formação do elemento Ferro (GLENDEENING, 2007).

<sup>8</sup>Não no sentido genérico de “queima”, mas sim no sentido de reação nuclear.

<sup>9</sup>Temperatura na qual a energia cinética vence a repulsão Coulombiana (KEPLER, 2004; ALMEIDA, 2008).



A produção de Hélio através do Hidrogênio dá-se através do ciclo próton-próton (KEPLER, 2004). Para  $T \simeq 8 \times 10^6 \text{K}$ :



Esse processo de fusão termonuclear gera energia no interior da estrela, suficiente para que as camadas externas da mesma não colapsem gravitacionalmente, estabelecendo uma condição de equilíbrio hidrostático.

Excetuando-se as estrelas que fazem parte de um sistema binário ou múltiplo, a sua evolução depende unicamente da massa inicial.

As possibilidades evolutivas em função da massa inicial são mostradas na figura<sup>10</sup> 2.2.

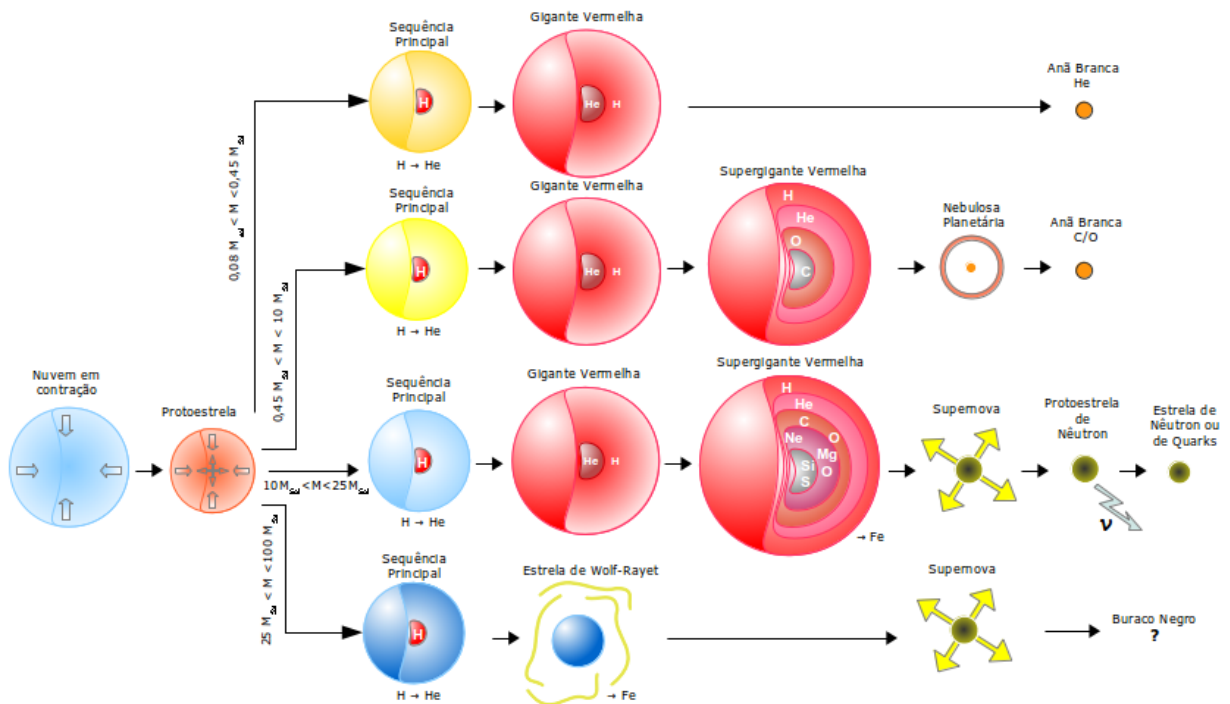


Figura 2.2: Esquema da evolução estelar para diferentes massas iniciais, sem escala.

Neste trabalho, concentraremos nossa atenção no ramo das estrelas com massas iniciais entre  $10M_{\odot}$  e  $25M_{\odot}$  (ver figura 2.3), intervalo de massas suficientemente elevadas para que uma estrela na sequência principal se transforme em uma estrela de nêutron (GLENDENNING, 1997).

<sup>10</sup>Adaptação da figura: <http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm>

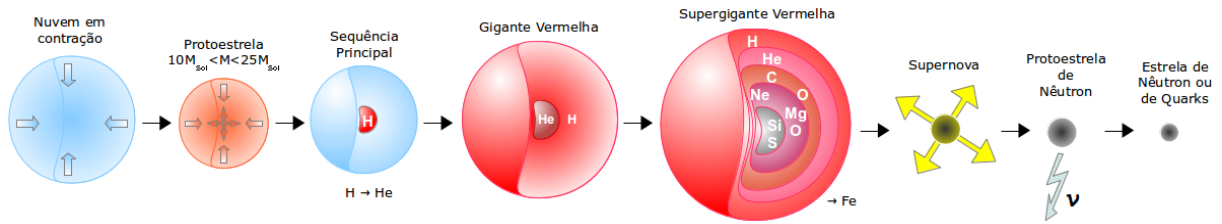


Figura 2.3: Esquema da evolução de uma estrela que se transformará numa estrela de nêutron, sem escala.

## 2.5 GIGANTE VERMELHA

Devido aos processos da fusão nuclear, a composição do núcleo da estrela varia, aumentando a quantidade de Hélio e diminuindo a quantidade de Hidrogênio. A temperatura no centro da estrela é mais alta, bem como a taxa de aumento da quantidade de Hélio. Contrariamente, é lenta a taxa de fusão nuclear nas bordas do núcleo central<sup>11</sup>. Assim, com o tempo, a região interna do núcleo vai se tornando saturada de Hélio até quando todo o Hidrogênio é consumido, momento no qual teremos uma região central de Hélio puro.

Nesse núcleo de Hélio puro, termina a produção de energia nuclear e continuam os processos de fusão nas camadas mais externas, o que não impede a continuidade do crescimento desse núcleo de Hélio. Com a perda da fonte de energia, o núcleo contrai-se gravitacionalmente tornando-se cada vez mais quente. O excesso de energia aumenta a luminosidade e o volume<sup>12</sup> da estrela. Assim, são formadas as *Gigantes Vermelhas* com temperatura central da ordem de 100 milhões de Kelvin, temperatura na qual torna-se possível a queima do Hélio em Carbono através do ciclo triplo- $\alpha$ <sup>13</sup> que combina três núcleos de Hélio<sup>14</sup> em um núcleo de Carbono.

Ciclo triplo- $\alpha$  ( $T \simeq 10^8$  K):



## 2.6 SUPERGIGANTE VERMELHA

Nas estrelas massivas<sup>15</sup>, após a exaustão do Hélio, a temperatura torna-se mais alta, atingindo os níveis necessários para a queima do Carbono em elementos mais pesados.

<sup>11</sup> A exaustão do Hidrogênio central da estrela equivale a cerca de 10 a 15% da massa total: limite de Schemberg-Chandrasekhar. Nesse ponto dá-se a saída da estrela da sequência principal (KEPLER, 2004).

<sup>12</sup> A queima do Hidrogênio nas camadas mais externas causa uma pressão de radiação que as impulsionam, aumentando assim seu raio e diminuindo a temperatura da superfície da estrela.

<sup>13</sup> Descoberto pelo americano Edwin Ernest Salpeter (1925 – 2008) (KEPLER, 2004).

<sup>14</sup> Partículas  $\alpha$ .

<sup>15</sup> 10 a  $25M_{\odot}$ .

Ao penetrarmos nas camadas mais internas dessas estrelas, maiores temperaturas são encontradas<sup>16</sup> e diferentes processos de fusão nuclear<sup>17</sup> ocorrem. Na periferia mais fria, ocorre a queima do Hidrogênio, na camada subsequente a queima do Hélio, seguida pela camada de queima do Carbono, Oxigênio, Neônio, Magnésio, Silício e finalmente na camada mais interna do núcleo: o Ferro, produto final das reações de fusão. Neste estado evolutivo, a estrela apresenta uma estrutura chamada “pele de cebola” (ver figura 2.4)<sup>18</sup>, onde o núcleo de ferro está separado das camadas exteriores de hidrogênio e hélio por camadas sucessivas constituídas pelos produtos de fusão intermediários: carbono, oxigênio, neônio, magnésio, etc.

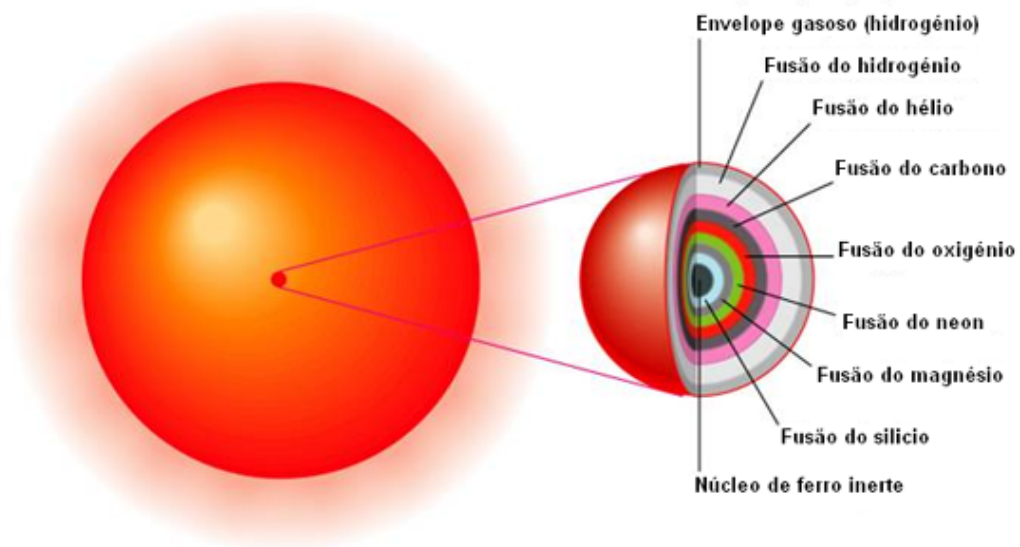


Figura 2.4: Estrutura em camadas na fase de supergigante.

Esse núcleo de ferro é formado rapidamente e como o ferro não libera energia em reações de fusão, é através da emissão de neutrinos, que pouco interagem com a matéria, que a energia é perdida de forma eficiente pelo núcleo. Este então se contrai e a estrela está próxima do colapso.

## 2.7 SUPERNOVA

Com a densidade aumentando pela contração, elétrons se combinam aos prótons dos núcleos de  $^{56}\text{Fe}$  (captura eletrônica), produzindo nêutrons e neutrinos, em um processo chamado de neutronização. O resfriamento e contração da região central se acelera e este então se torna

<sup>16</sup>Superiores a  $10^9\text{K}$ .

<sup>17</sup>Para uma visão geral dos processos de nucleossíntese, ver o apêndice A.

<sup>18</sup>Fonte: [http://www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts\\_estrelas/bigest93.htm](http://www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts_estrelas/bigest93.htm)

extremamente rígido e denso. Todo este processo dura uma fração de um segundo (DOTTORI, 2004).

As camadas exteriores colapsam sobre as camadas mais internas, formando ondas de choque que revertem convertendo a implosão em explosão, ejetando a envoltória da estrela para fora. Há neste processo, uma grande liberação de energia ( $10^{50}$  a  $10^{52}$  ergs) e forte aumento da luminosidade, atingindo a ordem de  $10^{10}$  vezes a luminosidade do Sol (FONG, 2009).

Em 1941, Rudolph L. B. Minkowski propôs uma classificação para as supernovas, baseado no estudo das linhas espectrais emitidas, classificando-as com base nas características espectrais. As supernovas de tipo “I” não têm linhas de hidrogênio no espectro, já as de tipo “II” têm. As supernovas de tipo “Ia” têm uma assinatura espectral onde há o silício e resultam da explosão termonuclear de uma anã branca. As supernovas de tipo “Ib”, “Ic” e “II” resultam de um mecanismo diferente: o colapso gravitacional de uma estrela. Os sub-tipos “Ib” e “Ic” não têm hidrogênio no espectro. O tipo “Ib” tem origem em estrelas maciças que expeliram para o espaço todo o hidrogênio das suas camadas exteriores. O tipo “Ic” tem origem em estrelas que expeliram não só o hidrogênio das camadas exteriores mas também o hélio existente em camadas mais interiores (GOMES, 2010). O tipo II pode ser subdividido com base nas curvas de luz. A figura seguinte ilustra essas classificações.

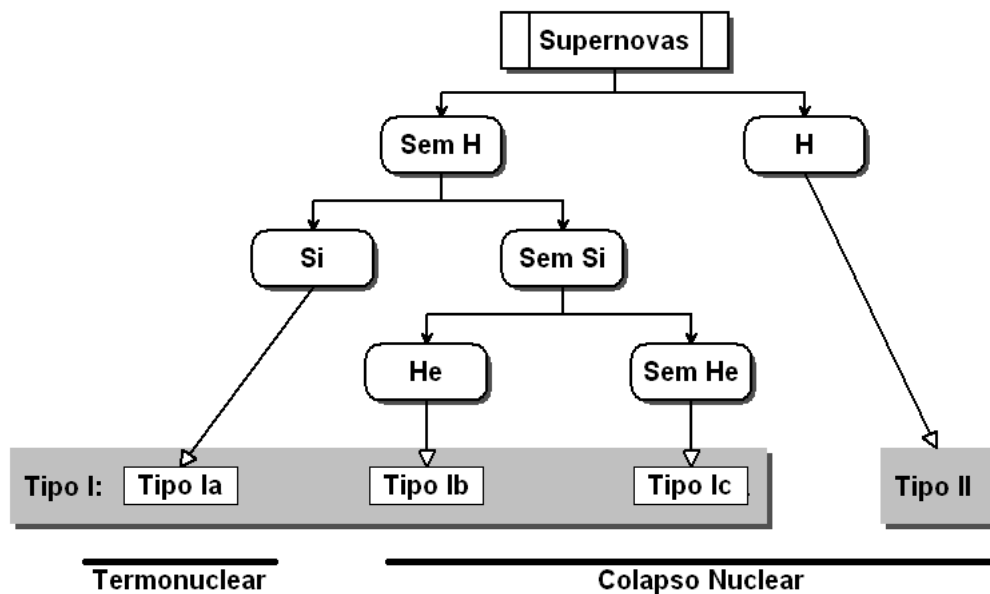


Figura 2.5: Classificação das supernovas.

As Supernovas do Tipo I formam-se através de um processo de acréscimo de matéria sobre uma estrela anã branca participante de um sistema binário de estrelas. Assim, o fluxo de matéria oriundo da companheira faz com que a massa da anã branca exceda o limite de massa de Chandrasekhar, levando-a a entrar em colapso gravitacional e a desencadear, por exemplo, a

detonação do carbono como mecanismo de explosão.

As supernovas do Tipo II formam-se quando uma estrela muito massiva, da ordem de 10 a  $30M_{\odot}$ , queima todo o seu combustível nuclear e, caso seu núcleo de Ferro exceder o limite de massa de Chandrasekhar, a estrela sofre um colapso gravitacional em alguns segundos. Neste caso as camadas mais externas são ejetadas após o processo de inversão do colapso, deixando uma região central, rica em nêutrons e neutrinos (OLIVEIRA, 2008).

## 2.8 PROTOESTRELAS DE NÊUTRON

Após a explosão da supernova, a região central remanescente, composta principalmente por prótons, nêutrons e hádrons permeados por um mar leptônico, forma assim um enorme “hipernúcleo” eletricamente neutro (ALMEIDA, 2008). Neste estágio, são denominadas de *protoestrelas de nêutron*.

A densidade alcançada neste núcleo chega a dezenas de  $\rho_0$  (densidade da matéria nuclear), fazendo com que os neutrinos produzidos durante a captura de elétrons por prótons, fiquem então aprisionados no mesmo por alguns segundos e posteriormente escapem do núcleo já que interagem pouco com a matéria. Devido à pouca interação dos neutrinos com a matéria, eles são responsáveis pela despressurização e pelo resfriamento do núcleo.

## 2.9 ESTRELAS DE NÊUTRON

Após a saída dos neutrinos do núcleo, temos o próximo estágio evolutivo estelar nessa sequência onde as estrelas possuíam massas iniciais entre 10 a  $25M_{\odot}$ : as estrelas de nêutron.

Formadas principalmente por nêutrons, possuem densidade da ordem de  $10^{14}\text{g/cm}^3$ , aproximadamente igual à dos núcleos normais, eis a razão de serem batizadas de estrelas de nêutron, por lembrar um núcleo gigante (CHUNG, 2000).

Inicialmente foi proposto o limite máximo de massa para esses objetos em  $0.75M_{\odot}$  (TOLMAN, 1939; OPPENHEIMER, 1939). Entretanto, estimativas mais recentes apontam para valores da ordem de duas ou três massas solares (ÖZEL, 2006). As supernovas de núcleos remanescentes com massas maiores que esse limite podem colapsar e originar um buraco negro.

Por terem tamanho da ordem de  $10\text{Km}^{19}$ , a ação da conservação do momento angular as faz girar rapidamente alcançando, por exemplo, trinta giros por segundo, como é o caso da

---

<sup>19</sup>Tamanho pequeno para as dimensões normais dos objetos astronômicos.

estrela de nêutron no centro da Nebulosa do Caranguejo<sup>20</sup>.

As estrelas de nêutron possuem um forte campo magnético. A presença de um desalinhamento entre o eixo de rotação e o feixe de radiação (ver figura 2.6) emitido pelos polos magnéticos, fazem com que esse feixe chegue até a Terra em forma de pulsos, como a luz de um farol. Essas estrelas de nêutron foram chamadas de pulsares.

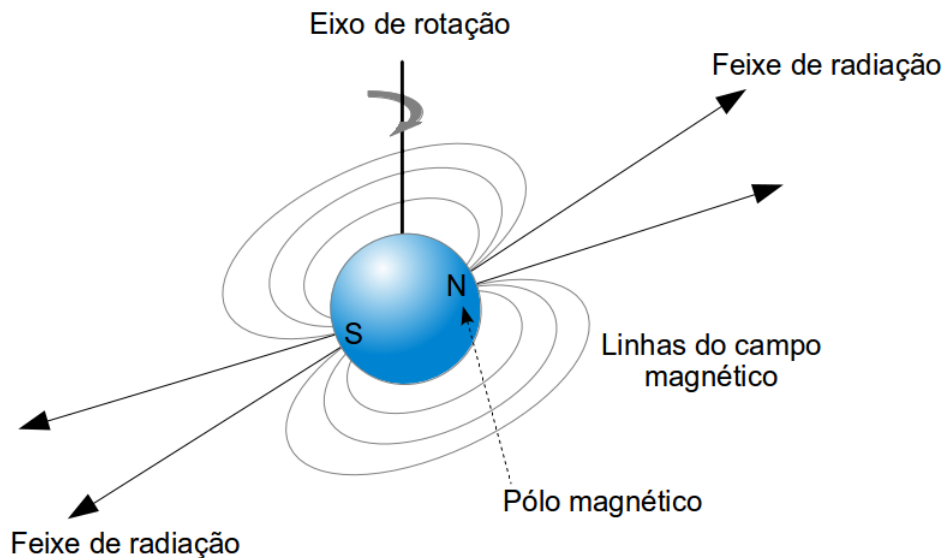


Figura 2.6: Uma estrela de nêutron cujo eixo de rotação não coincide com seu eixo magnético é chamada de pulsar.

Os pulsares têm uma periodicidade regular, geralmente detectada na forma de pequenas explosões de emissão de rádio. Muitos dos pulsares conhecidos são somente visíveis na região do rádio do espectro eletromagnético e são chamados de rádio-pulsares, mas há um pequeno número de pulsares que emitem em outros comprimentos de onda<sup>21</sup>. O primeiro rádio pulsar foi descoberto em 1967 por Jocelyn Bell e Antony Hewish<sup>22</sup> (MCNAMARA, 2008). Atualmente estão catalogados milhares de pulsares (MANCHESTER, 2009).

<sup>20</sup>Descoberta em 1969, chamada de *Pulsar do Caranguejo* ou PSR B0531+21 ou ainda PSR J0534+2200.

<sup>21</sup>Comprimento de onda do visível, dos raios X e dos raios gama.

<sup>22</sup>Hewish recebeu o Prêmio Nobel em Física de 1974 pelo seu “papel decisivo na descoberta dos pulsares”.

### 3 A HADRODINÂMICA QUÂNTICA DE WALECKA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A Hadrodinâmica Quântica ou QHD<sup>1</sup> é uma teoria que objetiva descrever a interação entre os hádrons (p, n, etc.) através da troca de mésons. As estrelas de nêutron, objeto de estudo deste trabalho, são formadas por bárions que interagem através da força nuclear forte, ou seja, hádrons que interagem mutuamente. Entretanto, como a matéria nuclear é diferente da matéria nas estrelas de nêutron, principalmente em seus constituintes e densidade, utilizaremos as interações hadrônicas por meio de uma generalização do modelo inicialmente proposto por Walecka em 1974 (WALECKA, 1974).

A QHD é uma teoria quântica relativística de muitos corpos, renormalizável e subdivide-se em dois modelos, diferenciando-se pelos mésons no sistema: QHD I - mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , e QHD II - mésons  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\pi$  e  $\rho$  (WALECKA, 1974; SEROT, 1986). A Tabela 3.1 mostra os campos para os modelos QHD-I e QHD-II.

	Campos	Spin	Partículas	Massa
Modelo QHD - I	$\Psi$	$\frac{1}{2}$	bárion (núcleon)	$m_N$
	$\sigma$	0	méson escalar neutro $\sigma$	$m_\sigma$
	$\omega_\mu$	1	méson vetorial neutro $\omega$	$m_\omega$
Modelo QHD - II	$\pi$	0	méson pseudoescalar carregado $\pi$	$m_\pi$
	$\rho_\mu$	1	méson vetorial carregado $\rho$	$m_\rho$

Tabela 3.1: Campos para os Modelos QHD-I e QHD-II (SEROT, 1986).

Usaremos os modelos QHD-I e QHD-II para obtermos uma equação de estado para a matéria bariônica à temperatura zero (estado fundamental), utilizando a aproximação de campo médio, que reduz um sistema de equações de muitos corpos para um sistema com solução aproximada. Nesta apresentação do Modelo de Walecka, consideraremos daqui por diante o sistema natural de unidades onde  $\hbar = c = 1$ , e as convenções e notações usadas por Bjorken e Drell (BJORKEN, 1965).

<sup>1</sup>Do inglês: Quantum HadroDynamics.

## 3.2 O MODELO DE WALECKA QHD-I

No Modelo QHD-I os prótons e nêutrons são considerados como partículas elementares, não possuindo estrutura interna. A interação entre eles é descrita através do campo bariônico  $\Psi$  com os campos mesônicos: escalar  $\sigma$ , que descreve a parte atrativa da interação e que, na escala nuclear, prevalece a longa distância e o vetorial  $\omega_\mu$ , que descreve a parte repulsiva, que prevalece a curta distância. Este modelo é aplicado para a matéria nuclear simétrica, aquela na qual o número de prótons é igual ao número de nêutrons (OLIVEIRA, 2008).

Desta forma, a densidade lagrangeana neste modelo é (SEROT, 1986):

$$\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_{Livre} + \mathcal{L}_{Inter.}, \quad (3.1)$$

onde

$$\mathcal{L}_{Livre} = \bar{\Psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_N)\Psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu, \quad (3.2)$$

e

$$\mathcal{L}_{Inter.} = \bar{\Psi}(g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma_\mu \omega^\mu) \Psi, \quad (3.3)$$

ou seja

$$\mathcal{L}_I = \bar{\Psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \quad (3.4)$$

O primeiro termo da equação (3.4) é a lagrangeana de Dirac para os férmions livres, acrescida da energia de interação com os mésons  $\omega$  e  $\sigma$ ; o segundo é a lagrangeana para os bósons escalares livres; enquanto que o terceiro e o quarto, correspondem à lagrangeana de um campo vetorial massivo.

A interação entre os núcleons e os mésons  $\omega_\mu$  e  $\sigma$  são representados pelos termos  $g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \omega^\mu$  e  $g_\sigma \bar{\Psi} \Psi \sigma$ , onde  $g_\omega$  é a constante de acoplamento vetorial e  $g_\sigma$  é a constante de acoplamento escalar, respectivamente.

Aqui  $\gamma_\mu$  representa as matrizes de Dirac<sup>2</sup>. O tensor antisimétrico  $\omega_{\mu\nu}$  é definido por

$$\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu \quad (3.5)$$

e  $m_N$ ,  $m_\sigma$  e  $m_\omega$  representam as massas dos núcleons, do méson escalar e do méson vetorial,

---

<sup>2</sup>Ver Apêndice B.



respectivamente.

As equações de movimento são obtidas a partir da equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial q_i}{\partial x^\mu} \right)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \quad (3.6)$$

aplicada à densidade lagrangeana do modelo de Walecka,  $\mathcal{L}_I$ , com as coordenadas generalizadas do sistema  $q_i = \sigma, \omega_\mu, \Psi$ . Assim obtemos as equações de movimento:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\Psi} \Psi, \quad (3.7)$$

$$\partial_\nu \omega^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi, \quad (3.8)$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi = 0. \quad (3.9)$$

A equação (3.7) é conhecida como equação de Klein - Gordon com uma fonte escalar, a equação (3.8) é a equação de Proca, onde o termo de fonte

$$J_B^\mu \equiv \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \quad (3.10)$$

representa a corrente bariônica, sendo

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0 \quad (3.11)$$

o conjugado de Dirac associado ao operador  $\Psi$ . A corrente bariônica obedece a equação da continuidade

$$\partial_\mu J_B^\mu = 0, \quad (3.12)$$

que se conserva. E finalmente, a equação (3.9) é a equação de Dirac para os núcleons (p,n).

Em mecânica dos meios contínuos, o tensor energia-momento (SEROT, 1986) é definido por:

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial q_i}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial q_i}{\partial x^\nu}, \quad (3.13)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico de Minkowsky:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Substituindo a lagrangeana  $\mathcal{L}_I$ , eq.(3.4), e a equação de Dirac, eq. (3.9), na equação

do tensor energia-momento (eq.(3.13)), temos:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left[ -\partial_\lambda \sigma \partial^\lambda \sigma + m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \omega_{\lambda\rho} \omega^{\lambda\rho} - m_\omega^2 \omega_\lambda \omega^\lambda \right] g_{\mu\nu} + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + \partial_\nu \omega^\mu \omega_{\nu\mu} + i\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi \quad (3.15)$$

O valor esperado do tensor energia-momento para um fluido uniforme é definido por

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + P) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu} \quad (3.16)$$

sendo  $P$  a pressão,  $\varepsilon$  a densidade de energia,  $u_\mu = \frac{dx_\mu}{dt} = (1, \mathbf{u})$  é o quadrivetor velocidade que está relacionado ao movimento do fluido. O quadrivetor satisfaz  $u_\mu^2 = 1$ , e para um fluido em repouso tem-se  $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ , permitindo mostrar que

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle \quad (3.17)$$

e

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle. \quad (3.18)$$

Desta forma, de posse da lagrangeana do sistema,  $\mathcal{L}_I$ , e determinando-se o valor esperado do tensor  $T_{\mu\nu}$ , poderemos encontrar a pressão e a densidade de energia, ou seja, a equação de estado do sistema (OLIVEIRA, 2000).

### 3.3 A APROXIMAÇÃO DE CAMPO MÉDIO (ACM)

Na literatura existem diferentes procedimentos com o nome de “Aproximação de Campo Médio”<sup>3</sup>. Vamos descrever o proposto por Walecka (WALECKA,1986).

As equações de movimento (3.7), (3.8) e (3.9) formam um sistema de equações diferenciais não lineares acopladas para os campos  $\sigma$ ,  $\omega_\mu$ , e  $\Psi$ , respectivamente, e sua solução exata é muito complicada. No entanto, existe uma solução aproximada que deve tornar-se cada vez mais confiável à medida que aumenta a densidade nuclear.

Para um sistema uniforme de bárions  $B$  em um cubo de volume  $V$ , se aumentarmos a densidade bariônica, também aumentarão os termos de fonte do lado direito das equações (3.7) e (3.8). Quando os termos de fonte são grandes, os operadores dos campos mesônicos podem ser substituídos por seus valores médios esperados, que são campos clássicos. Este método é conhecido como *aproximação de campo médio* e foi proposto por Walecka (WALECKA, 1986).

Seguindo esse método, os operadores dos campos mesônicos são substituídos por seus

---

<sup>3</sup>Em inglês: Mean Field Theory.

valores médios:

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0, \quad (3.19)$$

e

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0. \quad (3.20)$$

Com essa substituição, eles passam a ser tratados como campos clássicos, removendo assim as flutuações quânticas. Isso faz com que os núcleons movimentem-se como partículas independentes interagindo através de um campo médio comum a todas. Agora, o problema de muitos corpos transforma-se num problema de um corpo submetido a um potencial efetivo.

Para um sistema uniforme e estacionário, os campos mesônicos  $\sigma_0$  e  $\omega_0$  são constantes independentes de  $x_\mu$ . Assim, as equações de campo (3.7) e (3.8) podem ser resolvidas<sup>4</sup> imediatamente para os campos  $\sigma_0$  e  $\omega_0$  nos dando

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \equiv \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad (3.21)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle \equiv \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B, \quad (3.22)$$

onde o termo de fonte para o campo  $\sigma_0$  médio, mostrado na equação (3.7), é a densidade escalar  $\rho_s$ :

$$\rho_s \equiv \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \quad (3.23)$$

e o termo de fonte do campo  $\omega_0$ , da equação (3.8), representa a densidade bariônica<sup>5</sup>:

$$\rho_B \equiv \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle \quad (3.24)$$

Na equação de campo de Dirac, (3.9), substituindo os campos mesônicos  $\sigma_0$  e  $\omega_0$ , chegamos à equação linear:

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - m_N^*] \Psi = 0, \quad (3.25)$$

onde  $m_N^*$  nos dá a massa efetiva dos núcleons no sistema,

$$m_N^* = m_N - g_\sigma \sigma_0. \quad (3.26)$$

Observe que sob a ação do campo mesônico  $\sigma_0$ , os bárions têm sua massa efetiva reduzida.

<sup>4</sup>Observe nas equações que é necessário que os mésons sejam massivos, isto é,  $m_\sigma \neq 0$  e  $m_\omega \neq 0$ .

<sup>5</sup>Número de bárions por unidade de volume.

### 3.4 A EQUAÇÃO DE ESTADO PARA O MODELO QHD-I

Em termos dos campos médios  $\sigma_0$  e  $\omega_0$ , a densidade lagrangeana representada na equação (3.4) pode ser reescrita como:

$$\mathcal{L}_I^{(ACM)} = \bar{\Psi} [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - m_N^*] \Psi - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2, \quad (3.27)$$

onde a única variável quântica que permanece é  $\Psi$ , e aplicando o tensor energia-momento em  $\mathcal{L}_I^{(ACM)}$ :

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L}_I^{(ACM)} + \frac{\partial \mathcal{L}_I^{(ACM)}}{\partial \left( \frac{\partial \Psi}{\partial x^\mu} \right)} \frac{\partial \Psi}{\partial x^\nu}, \quad (3.28)$$

obtemos assim, o tensor energia-momento na aproximação do campo médio:

$$(T_{\mu\nu})_{ACM} = i\bar{\Psi} \gamma_\mu \partial_\nu \Psi - \left( \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 \right) g_{\mu\nu}, \quad (3.29)$$

e dessa forma as componentes  $(T_{00})$  e  $(T_{ii})$  do tensor energia-momento são descritas por:

$$(T_{00})_{ACM} = \Psi^\dagger i \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2, \quad (3.30)$$

$$(T_{ii})_{ACM} = \Psi^\dagger (-i \vec{\alpha} \cdot \nabla) \Psi + \frac{3}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{3}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2. \quad (3.31)$$

Encontramos a densidade de energia e a pressão através das equações (3.17) e (3.18),

$$\varepsilon = \Psi^\dagger \left[ -i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m_N^* + g_\omega \omega_0 \right] \Psi - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2, \quad (3.32)$$

$$P = \frac{1}{3} \Psi^\dagger \left( -i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \right) \Psi + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2. \quad (3.33)$$

onde foi usada a equação (3.25) para obter (3.32).

A expressão para a densidade bariônica relacionada ao momento de fermi  $k_F$  é dada por

$$\rho_B = \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3 k = \frac{\gamma}{6\pi^2} k_F^3, \quad (3.34)$$

onde  $\gamma \equiv \sum_i (2S_i + 1)$  é a degenerescência de spin, sendo  $S_i$  o spin de cada espécie de partícula. Temos  $\gamma = 4$  e  $\gamma = 2$  para a matéria nuclear e para a matéria de nêutrons, respectivamente.

Reescrevemos assim, as expressões para a densidade de energia e pressão no estado fundamental:

$$\varepsilon = g_\omega \omega_0 \rho_B - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3 k, \quad (3.35)$$

e

$$P = \frac{1}{2}g_\omega\omega_0\rho_B - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{3}\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{k_F}\frac{k^2}{(k^2+m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}}d^3k. \quad (3.36)$$

Eliminando  $\omega_0$  e  $\sigma_0$  nas últimas duas equações, através das equações (3.22) e (3.26), temos

$$\varepsilon = \frac{C_v^2}{2m_N^2}\rho_B^2 + \frac{m_N^2}{2C_S^2}(m_N - m_N^*)^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{k_F}(k^2+m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}d^3k, \quad (3.37)$$

e

$$P = \frac{C_v^2}{2m_N^2}\rho_B^2 - \frac{m_N^2}{2C_S^2}(m_N - m_N^*)^2 + \frac{1}{3}\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{k_F}\frac{k^2}{(k^2+m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}}d^3k, \quad (3.38)$$

onde  $C_v \equiv g_\omega\left(\frac{m_N}{m_\omega}\right)$  e  $C_S \equiv g_\sigma\left(\frac{m_N}{m_\sigma}\right)$ .

As expressões (3.37) e (3.38) fornecem-nos a equação de estado da matéria nuclear no estado fundamental ( $T = 0$ ) para o modelo de Walecka QHD-I.

A massa efetiva  $m_N^*$  do sistema pode ser obtida substituindo-se (3.21) em (3.26). A mesma pode ser também encontrada minimizando-se a densidade de energia  $\varepsilon(m_N^*)$  em relação a  $m_N^*$ , obtendo a relação autoconsistente

$$m_N^* = m_N - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2}\frac{\gamma}{(2\pi)^3}\int_0^{k_F}\frac{m_N^*}{(k^2+m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}}d^3k. \quad (3.39)$$

Calculando a integral da equação (3.39), obtemos

$$m_N^* = m_N - \frac{C_S^2}{m_N^2}\frac{\gamma m_N^*}{4\pi^2}\left[k_F E_F^* - m_N^{*2}\ln\left(\frac{k_F + E_F^*}{m_N^*}\right)\right], \quad (3.40)$$

onde  $E_F^* = (k_F^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}$ .

Nesta teoria, são discutidos dois parâmetros relevantes, a saber: a incompressibilidade da matéria nuclear saturada (BARON, 1985):

$$K(\rho_0) = 9\rho_0^2\left[\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial\rho_B^2}\right]_{\rho_B=\rho_0}, \quad (3.41)$$

e a energia de simetria (SEROT, 1979; MATSUI, 1981)

$$a_4 = \frac{1}{2}\rho_B\left[\left(\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial\rho_3^2}\right)_{\rho_B}\right]_{\rho_3=0} = \frac{g_\rho^2}{12\pi^2 m_\rho^2}k_F^3 + \frac{1}{6}\frac{k_F^2}{(k^2+m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.42)$$

$\rho_3$  e  $g_\rho$  são grandezas associadas ao méson  $\rho$  que não estão presentes no modelo QHD-I, assim, o primeiro termo do membro direito da equação (3.42) é identicamente nulo.

A tabela (3.2) mostra a comparação entre os valores obtidos com o modelo QHD-I e

os valores experimentais.

	K(MeV)	$a_4$ (MeV)
Experimental	$210 \pm 30$	33.2
Modelo QHD-I	540	22,1

Tabela 3.2: Comparação entre os valores experimentais e o modelo QHD-I.

O valor previsto da incompressibilidade por meio do modelo QHD-I é de  $540 \text{ MeV}$ , que difere bastante do valor experimental, estimado em  $210 \pm 30 \text{ MeV}$  (BLAIZOT, 1976; BLAIZOT, 1980). Entretanto, a diferença é menor para a energia de simetria  $a_4$ , cujo valor teórico é de  $22.1 \text{ MeV}$ , contra o valor empírico de  $33.2 \text{ MeV}$ , indicando que o modelo QHD-I precisava ser melhorado.

### 3.5 O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR

Para melhorar os resultados conseguidos com o modelo QHD-I, que prevê para a incompressibilidade da matéria nuclear, na densidade de saturação, um resultado extremamente grande quando comparado com o resultado experimental, são introduzidos, na densidade lagrangeana (3.4), termos cúbico e quártico em  $\sigma$ , o que corresponde a uma auto-interação do campo escalar  $\sigma$ . Assim, no modelo não linear, como é chamado na literatura, a densidade lagrangeana é dada por (BOGUTA, 1977)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I = & \bar{\Psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \\ & \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - U(\sigma) \end{aligned} \quad (3.43)$$

onde

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b m_N (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4, \quad (3.44)$$

que representa a energia de autointeração do campo escalar  $\sigma$ , sendo as constantes  $b$  e  $c$  ajustáveis de forma a que seja obtido o valor desejado da incompressibilidade, de acordo com os resultados experimentais.

As equações de movimento para os campos, são agora dadas por:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\Psi} \Psi - b m_N (g_\sigma \sigma)^2 - c (g_\sigma \sigma)^3, \quad (3.45)$$

$$\partial_\nu \omega^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi, \quad (3.46)$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu) - (m_N - g_\sigma \sigma)] \Psi = 0. \quad (3.47)$$

Aplicando-se a aproximação de campo médio (ACM) nas equações de campo acima e tendo em vista que no estado fundamental de um sistema com simetria esférica no espaço dos momentos, os valores médios das componentes espaciais do campo vetorial são nulos, encontramos

$$g_\sigma \sigma_0 = \frac{C_S^2}{m_N^2} \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle - \frac{C_S^2}{m_N} \frac{b}{g_\sigma^3} (g_\sigma \sigma_0)^2 - \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{c}{g_\sigma^4} (g_\sigma \sigma_0)^3, \quad (3.48)$$

$$g_\omega \omega_0 = \frac{C_v^2}{m_N^2} \langle \Psi^\dagger \Psi \rangle, \quad (3.49)$$

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - m^*] \Psi = 0, \quad (3.50)$$

onde  $C_v \equiv g_\omega \left(\frac{m_N}{m_\omega}\right)$  e  $C_S \equiv g_\sigma \left(\frac{m_N}{m_\sigma}\right)$ .

Obtemos a massa efetiva  $m_N^*$  substituindo a equação (3.48) em (3.26), logo

$$m_N^* = m_N + \frac{C_S^2}{m_N} \frac{b}{g_\sigma^3} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{c}{g_\sigma^4} (m_N - m_N^*)^3 - \frac{C_S^2}{m_N^2} \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle. \quad (3.51)$$

Seguindo o mesmo procedimento descrito na seção anterior, deduzimos as expressões para a densidade de energia e pressão (Equação de Estado), encontrando as expressões:

$$\varepsilon = U(\sigma_0) + \frac{m_N^2}{2C_S^2} (g_\sigma \sigma_0)^2 + \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k, \quad (3.52)$$

$$P = -U(\sigma_0) - \frac{m_N^2}{2C_S^2} (g_\sigma \sigma_0)^2 + \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 + \frac{1}{3} \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k. \quad (3.53)$$

## 3.6 O MODELO DE WALECKA QHD-II

As equações mostradas nas seções anteriores, relacionam as interações entre núcleons, especificamente as do tipo próton-próton e nêutron-nêutron. Os mésons  $\sigma$  e  $\omega$  não fazem distinção entre prótons e nêutrons, por isso não descrevem a interação do tipo próton-nêutron. Então torna-se necessário introduzir o méson  $\rho$ , possibilitando a descrição de sistemas assimétricos<sup>6</sup> e corrigindo o valor da energia de simetria do modelo QHD-I.

Desta forma, o modelo QHD-II é uma extensão do modelo QHD-I, ao qual adiciona-se os mésons  $\pi$  e  $\rho$ . Entretanto, como veremos, o méson  $\pi$  na aproximação de campo médio tem contribuição nula (WALECKA, 1986), por isso não será considerado. O méson  $\rho$  é um vetor-isovetor.

<sup>6</sup>Número de nêutrons diferente do de prótons.

A densidade lagrangeana deste modelo é dada por (SEROT, 1986):

$$\mathcal{L}_I = \mathcal{L}_I + \mathcal{L}_{\pi N} + \mathcal{L}_{\rho N} + \mathcal{L}_{\pi}^0 + \mathcal{L}_{\rho}^0, \quad (3.54)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi N} &= -ig_{\pi}\pi \cdot (\bar{\Psi}_N \gamma_5 \tau \Psi_N), \\ \mathcal{L}_{\rho N} &= \frac{i}{2} g_{\rho} \bar{\Psi}_N \gamma^{\mu} \tau \cdot \rho_{\mu} \Psi_N, \\ \mathcal{L}_{\pi}^0 &= \frac{1}{2} (\partial_{\mu} \pi \cdot \partial^{\mu} - m_{\pi}^2 \pi \cdot \pi) + \frac{1}{2} g_{\sigma\pi} m_{\sigma} \pi \cdot \pi \sigma, \\ \mathcal{L}_{\rho}^0 &= \frac{1}{2} m_{\rho}^2 \rho_{\mu} \cdot \rho^{\mu} - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (3.55)$$

onde  $\mathcal{L}_I$  é a densidade lagrangeana do modelo QHD-I, como pode ser vista na equação (3.4).

As equações de movimento são agora dadas por:

$$\left[ \gamma_{\mu} \left( i\partial^{\mu} - g_{\omega} \omega_{\mu} - \frac{1}{2} g_{\rho} \tau \cdot \rho_{\mu} \right) - (m_N - g_{\sigma} \sigma) \right] \Psi_N = 0, \quad (3.56)$$

$$(\partial_{\mu} \partial^{\mu} + m_{\sigma}^2) \sigma = g_{\sigma} \bar{\Psi}_N \Psi_N, \quad (3.57)$$

$$\partial_{\nu} \omega^{\nu\mu} + m_{\omega}^2 \omega^{\mu} = g_{\omega} \bar{\Psi}_N \gamma^{\mu} \Psi_N, \quad (3.58)$$

$$(\partial_{\mu} \partial^{\mu} + m_{\pi}^2) \pi = g_{\pi} \bar{\Psi}_N \gamma_5 \tau \Psi_N, \quad (3.59)$$

$$\partial_{\mu} \rho^{\mu\nu} + m_{\rho}^2 \rho^{\nu} = \frac{1}{2} g_{\rho} \bar{\Psi}_N \gamma^{\nu} \tau \Psi_N, \quad (3.60)$$

onde

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_{\mu} \rho_{\nu} - \partial_{\nu} \rho_{\mu} - g_{\rho} (\rho_{\mu} \times \rho_{\nu}). \quad (3.61)$$

e a matriz  $\gamma_5$  é definida por  $\gamma_5 \equiv \gamma^5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$ .

O méson  $\pi$  é um méson pseudoescalar-isovetorial (isospin 1), especificado por um tripleto de campos reais

$$\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{pmatrix}, \quad (3.62)$$

onde os campos para cada estado de carga são obtidos através das seguintes combinações lineares:

$$\begin{aligned} \pi_{-} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_1 + i\pi_2), \\ \pi_{+} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi_1 - i\pi_2), \\ \pi_0 &\equiv \pi_3. \end{aligned} \quad (3.63)$$



O méson  $\rho$  tem um campo que pode ser representado por um tripleto de quadrivetores correspondentes aos seus três estados de carga:

$$\rho^\mu = \begin{pmatrix} \rho_1^0 & \rho_1^x & \rho_1^y & \rho_1^z \\ \rho_2^0 & \rho_2^x & \rho_2^y & \rho_2^z \\ \rho_3^0 & \rho_3^x & \rho_3^y & \rho_3^z \end{pmatrix}. \quad (3.64)$$

Em campo médio, a lagrangeana  $\mathcal{L}_H$  se torna bastante simplificada devido às simetrias do sistema, conseqüentemente, também se tornam simplificadas as equações de movimento.

Quanto ao campo pseudoescalar  $\pi$ : o méson  $\pi$  possui paridade negativa, isto é,

$$\widehat{\mathcal{P}}\pi\widehat{\mathcal{P}}^{-1} = -\pi,$$

onde  $\widehat{\mathcal{P}}$  é o operador de paridade. Admitindo que a matéria nuclear seja igualmente preenchida com os núcleons, e que o estado fundamental tem paridade definida (positiva ou negativa), o campo do méson  $\pi$  tem valor médio nulo,

$$\langle \pi \rangle = 0. \quad (3.65)$$

Analogamente, para um sistema com invariância de translação e de rotação implicam que os valores médios das componentes espaciais dos campos vetoriais  $\omega_\mu$  e  $\rho_\mu$  sejam nulos:

$$\langle \omega_i \rangle = \langle \rho_i \rangle = 0, \quad (3.66)$$

onde  $i = 1, 2, 3$  é o índice referente a parte espacial dos vetores. A invariância de rotação sobre o eixo  $\widehat{\mathcal{L}} = \widehat{3}$  no espaço de isospin, tem a terceira componente  $\tau_3$  como a única diferente de zero do operador de isospin  $\tau$ , ou seja,  $\langle \tau_1 \rangle = \langle \tau_2 \rangle = 0$ . Logo temos,

$$\langle \rho_1^0 \rangle = \langle \rho_2^0 \rangle = 0. \quad (3.67)$$

No espaço de isospin temos

$$\tau_3 |EF\rangle = (N_p - N_n) |EF\rangle, \quad (3.68)$$

sendo  $N_p$  e  $N_n$  o número total de prótons e de nêutrons, respectivamente.

Assim, quando é aplicada a aproximação do campo médio ao campo mesônico  $\rho_\mu$ , sobra apenas a terceira componente temporal  $\langle \rho_3^0 \rangle \equiv \rho_{03}$ , associada ao méson  $\rho$  neutro.

Considerando as simplificações mencionadas acima, a densidade lagrangeana QHD-II

se reduz a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H^{(ACM)} = \bar{\Psi}_N & \left[ i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2}g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - (m_N - g_\sigma \sigma_0) \right] \Psi_N \\ & - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_{03}^2, \end{aligned} \quad (3.69)$$

a partir da qual obtemos as equações de movimento:

$$\left[ i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2}g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_{03} - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - (m_N - g_\sigma \sigma_0) \right] \Psi_N = 0, \quad (3.70)$$

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_S, \quad (3.71)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B, \quad (3.72)$$

$$\rho_{03} = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3, \quad (3.73)$$

e as fontes dos campos mesônicos são dadas por:

$$\rho_S = \langle \bar{\Psi}_N \Psi_N \rangle = \langle \bar{\Psi}_p \Psi_p \rangle + \langle \bar{\Psi}_n \Psi_n \rangle, \quad (3.74)$$

$$\rho_B = \langle \Psi_N^\dagger \Psi_N \rangle = \langle \Psi_p^\dagger \Psi_p \rangle + \langle \Psi_n^\dagger \Psi_n \rangle, \quad (3.75)$$

$$\rho_3 = \langle \Psi_N^\dagger \tau_3 \Psi_N \rangle = \langle \Psi_p^\dagger \Psi_p \rangle - \langle \Psi_n^\dagger \Psi_n \rangle. \quad (3.76)$$

Conforme a equação (3.76), o méson  $\rho$  traz informação sobre a assimetria de carga no sistema e a fonte  $\rho_3$  pode ser escrita como

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n. \quad (3.77)$$

No caso da matéria nuclear simétrica, onde  $\rho_p = \rho_n$ , reestabelece-se o resultado do modelo QHD-I.

### 3.7 A EQUAÇÃO DE ESTADO PARA O MODELO QHD-II

O procedimento para podermos encontrar a equação de estado para o modelo QHD-II é o mesmo seguido na seção (3.2).

O valor médio do tensor energia-momento é representado pela expressão:

$$(T_{\mu\nu})^{(ACM)} = i\bar{\Psi}_p \gamma_\mu \partial_\nu \Psi_p + i\bar{\Psi}_n \gamma_\mu \partial_\nu \Psi_n - \left( -\frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_{03}^2 \right) g_{\mu\nu}. \quad (3.78)$$

A densidade de energia e a pressão para o estado fundamental ( $T = 0$ ), são dadas por:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 + \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_\rho^2}{8m_N^2} \rho_3^2 \\ & + \frac{2}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} (k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}} d^3k \right], \end{aligned} \quad (3.79)$$

e

$$\begin{aligned} P = & \frac{C_v^2}{2m_N^2} \rho_B^2 - \frac{m_N^2}{2C_S^2} (m_N - m_N^*)^2 + \frac{C_\rho^2}{8m_N^2} \rho_3^2 \\ & + \frac{1}{3} \frac{2}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} \frac{k^2}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k \right], \end{aligned} \quad (3.80)$$

onde  $k_{Fp}$  é o momento de Fermi dos prótons e  $k_{Fn}$  é o momento de Fermi dos nêutrons, e  $C_\rho \equiv g_\rho \left( \frac{m_N}{m_p} \right)$ .

Onde chegamos à massa efetiva que possui a equação autoconsistente:

$$m_N^* = m_N - \frac{C_S^2}{m_N^2} \frac{2}{(2\pi)^3} \left[ \int_0^{k_{Fp}} \frac{m_N^*}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k + \int_0^{k_{Fn}} \frac{m_N^*}{(k^2 + m_N^{*2})^{\frac{1}{2}}} d^3k \right]. \quad (3.81)$$

No modelo QHD-II há, portanto,  $\rho_B$  e  $\rho_3$  que são parâmetros livres, e as constantes de acoplamento  $g_\sigma$  e  $g_\omega$ , as quais são fixadas pelas mesmas propriedades da matéria nuclear simétrica, discutidas no final da seção (3.2), e  $g_\rho$  obtém-se através do ajuste do valor empírico da energia de simetria  $a_4$ .

A tabela (3.3) mostra a comparação entre o valor obtido com o modelo QHD-II e o valor experimental de  $a_4$ .

	$a_4$ (MeV)
Experimental	33.2
Modelo QHD-II	33,6

Tabela 3.3: Comparação entre o valor experimental e o modelo QHD-II.

Com a inclusão do méson  $\rho$  ao sistema, obteve-se para a energia de simetria  $a_4$ , o valor teórico de 33.6 MeV (SEROT, 1986), o que concorda bem com o valor experimental de 33.2 MeV.

## 4 RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR

### 4.1 INTRODUÇÃO

Este estudo sobre o efeito das ressonâncias delta na formação de estrelas compactas foi motivado pela grande produção de matéria de delta (30% da população bariônica) na fase densa ( $\rho \geq 3\rho_0$ ) das colisões de íons pesados relativísticos (HOFMANN, 1995; HJORT, 1997; HONG, 1997).

Neste trabalho, utilizamos a aproximação de campo médio no modelo de Walecka não linear para estudarmos o condensado formado por hádrôns, incluindo as ressonâncias delta, usando o campo de Rarita-Schwinger, para partículas de spin 3/2 e o campo de Dirac, para partículas de spin 1/2.

Discutimos os efeitos da mudança das constantes de acoplamento delta-méson ( $g_{\sigma\Delta}$ ,  $g_{\omega\Delta}$  e  $g_{\rho\Delta}$  e para os demais híperons ( $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$ ) (Ver Tabela 4.1) (CHIAPPARINI, 2009), bem como a presença de neutrinos (protoestrela de nêutron), utilizando o conjunto de constantes de acoplamento núcleon-mésons ( $g_{\sigma N}$ ,  $g_{\omega N}$  e  $g_{\rho N}$ ), capaz de reproduzir as propriedades da matéria nuclear na densidade de saturação, obtendo assim a equação de estado e a população dos bárions, considerando o grau de assimetria explícito nos cálculos (OLIVEIRA, 2000).

Os valores de Set1 na Tabela (4.1) foram retirados da Referência (GLENDEENING, 1991), enquanto que os valores de Set2 foram obtidos de Set1 impondo a simetria SU(6) para diferentes energias de ligações dos híperons na matéria nuclear (CHIAPPARINI, 2009).

Adicionalmente, usamos os resultados das Regras de Soma da QCD<sup>1</sup> (QCDSR) para densidade finita, determinando assim os possíveis valores das constantes de acoplamento delta-méson (KOSOV, 1998), onde temos variado as quantidades:  $\alpha = g_{\omega\Delta}/g_{\omega N}$ ,  $\beta = g_{\sigma\Delta}/g_{\sigma N}$  e  $\gamma = g_{\rho\Delta}/g_{\rho N}$ , e considerando  $x_{ki} = \frac{g_{ki}}{g_{kN}}$ , com  $k = \sigma, \omega, \rho$ ,  $i = \Lambda, \Sigma, \Xi$  e  $N = n, p$ .

---

<sup>1</sup>Em inglês: Quantum Chromodynamics Sum Rules (QCDSR).

	$x_{\omega\Lambda}$	$x_{\omega\Sigma}$	$x_{\omega\Xi}$	$x_{\sigma\Lambda}$	$x_{\sigma\Sigma}$	$x_{\sigma\Xi}$	$x_{\rho i}$
Set1	0.6666	0.6666	0.6666	0.6104	0.6104	0.6104	0.6104
Set2	0.6666	0.6666	0.3333	0.6106	0.4046	0.3195	1.0000

Tabela 4.1: Conjunto de constantes de acoplamento híperon-méson (CHIAPPARINI, 2009).

No presente trabalho foi usado o mesmo conjunto de constantes de acoplamento núcleon-mésons, bem como os demais parâmetros da lagrangeana, estabelecidos na Referência (GLEN-DENNING, 1991) apresentados aqui na Tabela (4.2). Para toda a análise usamos:

$m_\sigma = 550 \text{ MeV}$ ,  $m_\omega = 783 \text{ MeV}$  e  $m_\rho = 770 \text{ MeV}$ , sendo b e c constantes de ajuste.

$(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$ ( $fm^2$ )	$(g_{\omega N}/m_\omega)^2$ ( $fm^2$ )	$(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ ( $fm^2$ )	b	c
9.927	4.820	4.791	0.008659	-0.002421

Tabela 4.2: Parâmetros do modelo da Referência (GLEN-DENNING, 1991).

## 4.2 FORMAÇÃO DE RESSONÂNCIAS DELTA NA MATÉRIA ESTELAR

No modelo, incluímos o octeto bariônico completo de spin 1/2 ( $p, n, \Lambda^0, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^0$ ), as ressonâncias bariônicas de spin 3/2, representadas pelas ressonâncias delta ( $\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}$ ) e  $\Omega^-$ , no setor bariônico (OLIVEIRA, 2000; OLIVEIRA, 2007), que interagem entre si através dos campos mesônicos  $\sigma$ ,  $\omega_\mu$  e  $\rho_\mu$ . Enquanto que no setor leptônico incluímos os elétrons, os múons e os neutrinos. Estudamos desta maneira, os efeitos dos neutrinos sobre a equação de estado de uma protoestrela de nêutron.

Neste trabalho, utilizamos o modelo de Walecka não linear, no qual aplicamos a aproximação de campo médio. A densidade lagrangeana é dada por (WALECKA, 1974; SEROT, 1986)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Livre}} + \mathcal{L}_{\text{Inter.}} \quad (4.1)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Livre} = & \sum_B \bar{\Psi}_B (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_B) \Psi_B + \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} \bar{\Psi}_{\zeta\nu} (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\zeta) \Psi_\zeta^\nu + \\ & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma)^4 - \frac{1}{4} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \\ & - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu + \sum_{\lambda=e^-, \mu^-, \nu_e, \bar{\nu}_\mu} \bar{\Psi}_\lambda (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\lambda) \Psi_\lambda, \end{aligned} \quad (4.2)$$

é a densidade lagrangeana livre para os bárions, elétrons, múons e neutrinos. Enquanto que a densidade lagrangeana de interação é dada pela expressão

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Inter.} = & \sum_B \bar{\Psi}_B \left( g_{\sigma B} \sigma - g_{\omega B} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu \right) \Psi_B + \\ & \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} \bar{\Psi}_{\zeta\nu} \left( g_{\sigma \zeta} \sigma - g_{\omega \zeta} \gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho \zeta} \gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu \right) \Psi_\zeta^\nu, \end{aligned} \quad (4.3)$$

O spinor de Dirac, descrevendo o octeto bariônico de spin 1/2, é representado acima por  $\Psi_B$  e  $\Psi_{\zeta\nu}$  é o spinor de Rarita-Schwinger (RARITA, 1941), o índice  $B = n, p, \Lambda^0, \Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+, \Xi^-, \Xi^+$ ;  $\zeta = \Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}, \Omega^-$  descrevendo as ressonâncias bariônicas de spin 3/2 e  $\Psi_\lambda$  é o spinor de Dirac para os léptons livres com  $\lambda = e^-, \mu^-, \nu_e, \bar{\nu}_\mu$ .

Por meio das equações de Euler-Lagrange obtemos as seguintes equações de movimento, na aproximação de campo médio:

$$\begin{aligned} \sigma_0 = & -\frac{b}{m_\sigma^2} m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^2 - \frac{c}{m_\sigma^2} (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{\pi^2} \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2} m_B^{*2} \sum_B \int_0^{k_B} \frac{k^2}{(k^2 + m_B^{*2})} dk + \\ & \frac{2}{\pi^2} \frac{g_{\sigma \zeta}}{m_\sigma^2} m_\zeta^{*2} \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} \int_0^{k_\zeta} \frac{k^2}{(k^2 + m_\zeta^{*2})} dk, \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{3\pi^2} \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2} \sum_B k_B^3 + \frac{2}{3\pi^2} \frac{g_{\omega \zeta}}{m_\omega^2} \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} k_\zeta^3, \quad (4.5)$$

$$\rho_{03} = \frac{1}{6\pi^2} \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} \sum_B I_{3B} k_B^3 + \frac{2}{6\pi^2} \frac{g_{\rho \zeta}}{m_\rho^2} \sum_{\zeta=\Delta,\Omega} I_{3\zeta} k_\zeta^3, \quad (4.6)$$

onde as massas efetivas bariônicas  $m_B^*$  e  $m_\zeta^*$  são representadas pelas equações:

$$m_B^* = \left[ 1 - \frac{g_{\sigma B} \sigma_0}{m_B} \right] m_B, \quad m_\zeta^* = \left[ 1 - \frac{g_{\sigma \zeta} \sigma_0}{m_\zeta} \right] m_\zeta. \quad (4.7)$$

As equações de movimento são resolvidas autoconsistentemente para diferentes valo-

res da densidade da matéria estelar, simultaneamente com as seguintes equações de conservação de carga bariônica e carga elétrica, respectivamente

$$\begin{aligned} \rho_B &= \rho_n + \rho_p + \rho_{\Lambda^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Delta^-} + \rho_{\Delta^0} + \rho_{\Delta^+} + \rho_{\Delta^{++}} + \\ &\rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0} + \rho_{\Omega^-}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\rho_z = -\rho_{e^-} - \rho_{\mu^-} + \rho_p - \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Sigma^+} - \rho_{\Delta^-} + \rho_{\Delta^+} + 2\rho_{\Delta^{++}} - \rho_{\Xi^-} - \rho_{\Omega^-}, \quad (4.9)$$

onde  $\rho_B$  é a densidade de carga bariônica e  $\rho_z$  é a densidade de carga elétrica da matéria, sendo  $\rho_z = 0$ , ou seja, eletricamente neutro. Ao mesmo tempo, o critério de Gibbs impõe vínculos às equações de balanço relacionando os potenciais químicos. Estas relações são usadas como condições adicionais no processo de solução autoconsistente das equações de movimento dos campos. Para este caso, as relações entre os potenciais químicos são:

$$\mu_{\Delta^-} = \mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_{\Omega^-} = \mu_n + \mu_e, \quad (4.10)$$

$$\mu_{\Delta^0} = \mu_{\Lambda^0} = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_n, \quad (4.11)$$

$$\mu_{\Delta^+} = \mu_p = \mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_e, \quad (4.12)$$

e

$$\mu_{\Delta^{++}} = \mu_n - 2\mu_e, \quad (4.13)$$

onde para os bárions de spin 1/2, o potencial químico é dado por

$$\mu_B = g_{\omega B} \omega_0 + \frac{1}{2} g_{\rho B} I_{3B} \rho_{03} + \sqrt{k_B^2 + m_B^{*2}}, \quad (4.14)$$

e para os bárions de spin 3/2, por

$$\mu_\zeta = g_{\omega \zeta} \omega_0 + \frac{1}{2} g_{\rho \zeta} I_{3\zeta} \rho_{03} + \sqrt{k_\zeta^2 + m_\zeta^{*2}}. \quad (4.15)$$

O confinamento dos neutrinos no sistema (CHIAPPARINI, 1996) impõe os vínculos para a conservação da fração leptônica:

$$Y_{l_e} = \frac{\rho_e + \rho_{\nu_e}}{\rho} = cte \quad (4.16)$$

e para a conservação da fração muônica:

$$Y_{l_\mu} = \frac{\rho_\mu + \rho_{\bar{\nu}_\mu}}{\rho} = 0 \quad (4.17)$$

Em conformidade com os resultados de cálculos de colapso gravitacional, neste tra-

balho adotamos  $Y_{l_e} = 0,4$  para o valor da fração leptônica eletrônica.

A densidade de energia e a pressão são calculadas através dos resultados para os campos mesônicos e para as massas efetivas bariônicas em diferentes densidades, obtidas a partir das equações (4.4 – 4.7):

$$\begin{aligned} \varepsilon = \langle T_{00} \rangle = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \quad (4.18) \\ & \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int_0^{k_B} (k^2 + m_B^{*2})^{1/2} k^2 dk + \frac{2}{\pi^2} \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} \int_0^{k_\zeta} (k^2 + m_\zeta^{*2})^{1/2} k^2 dk, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = & -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma_0)^3 - \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma_0)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \quad (4.19) \\ & \frac{1}{3\pi^2} \sum_B \int_0^{k_B} \frac{k^4}{(k^2 + m_B^{*2})^{1/2}} dk + \frac{2}{3\pi^2} \sum_{\zeta=\Delta, \Omega} \int_0^{k_\zeta} \frac{k^4}{(k^2 + m_\zeta^{*2})^{1/2}} dk. \end{aligned}$$

Neste trabalho, usando o modelo de Walecka não linear na aproximação de campo médio, estudamos os efeitos do acoplamento híperon-méson, explorando os valores das constantes de acoplamento cobrindo os limites estabelecidos nas Referências (GLENDENNING, 1991; KOSOV, 1998; CHIAPPARINI, 2009). Na Figura 4.1, mostramos num gráfico os valores das constantes de acoplamento delta-méson usados nos cálculos indicando os limites previamente estabelecidos (KOSOV, 1998).

Apresentamos através das Figuras 4.2 a 4.7 os resultados para a pressão em função da densidade para a matéria estelar composta por hádrons, de acordo com as variações das constantes de acoplamento híperon-méson, determinadas através das QCDSR, QCDSR + Set1 e QCDSR + Set2 (ver Tabela 4.1) para os casos com e sem neutrinos (SILVA, 2011).

Nas Figuras 4.2 a 4.4 variamos a constante de acoplamento  $\Delta - \sigma$ , enquanto que nas Figuras 4.5 a 4.7 variamos o acoplamento  $\Delta - \omega$ , ambos os casos para o sistema com e sem neutrinos (SILVA, 2011). As constantes de acoplamento das ressonâncias delta com os mésons ( $\sigma, \omega, \rho$ ) são definidas pelas quantidades:  $\alpha = g_{\omega\Delta}/g_{\omega N}$ ,  $\beta = g_{\sigma\Delta}/g_{\sigma N}$  e  $\gamma = g_{\rho\Delta}/g_{\rho N}$ . Observamos nas Figuras 4.2 a 4.7, para os casos: ( $\alpha = 1.0, \beta = 1.4, \gamma = 1.0$ ), ( $\alpha = 0.6, \beta = 1.0, \gamma = 1.0$ ) e ( $\alpha = 0.7, \beta = 1.0, \gamma = 1.0$ ), que em alguns intervalos, temos  $dP/d\rho < 0$ , tanto para o caso com neutrinos, quanto sem neutrinos (SILVA, 2011). Nesses intervalos, esses resultados não têm significado físico. De fato, esse comportamento indica-nos que está ocorrendo nesses intervalos uma transição de fase, que deve ser tratada fazendo-se uma construção de Maxwell, que é resultado de uma construção geométrica (HUANG, 1965).

Analisando ainda as figuras 4.2 a 4.7, observamos que a equação de estado para o caso



com neutrinos é mais “dura” quando comparada ao caso sem neutrinos.

Para ilustrar a formação de ressonâncias delta na matéria estelar, nas Figs 4.8, 4.9 e 4.10, mostramos os resultados para a população dos bárions e dos léptons em função da densidade, para o conjunto de valores referente ao chamado acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ), determinados pelas QCDSR, QCDSR + Set1 e QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos (SILVA, 2011). Observe na Figura 4.8, para os casos com e sem neutrinos (SILVA, 2011), que a ressonância delta aparece somente por volta da densidade  $\rho = 8\rho_0$ , enquanto que na Fig. 4.9, referente ao caso QCDSR + Set1, a referida ressonância não aparece na situação com neutrinos e nem na sem neutrinos (SILVA, 2011). Na Figura 4.10, que refere-se ao caso QCDSR + Set2, a ressonância delta aparece somente por volta da densidade  $\rho = 9\rho_0$  no caso com neutrinos, não aparecendo na situação sem neutrinos (SILVA, 2011). Lembramos que o surgimento das ressonâncias delta referente aos resultados experimentais se dá numa densidade  $\rho \approx 3\rho_0$ .

No entanto, para o conjunto de valores ( $\alpha = 0.8, \beta = \gamma = 1.0$ ), nas Figuras 4.11 e 4.12, a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de  $\rho = 3\rho_0$ , nos casos com e sem neutrinos (SILVA, 2011), se aproximando bastante dos resultados experimentais obtidos através das colisões de íons pesados relativísticos. Apenas para o caso sem neutrinos (figura 4.13) a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de  $\rho = 2\rho_0$ , ainda assim se aproximando bastante dos referidos resultados experimentais.

Informamos que até o presente momento inexistem indicações experimentais para os valores das constantes de acoplamento delta-méson e para os demais híperons. No contexto das QCDSR (JIN, 1995), cálculos teóricos foram desenvolvidos, mas os resultados têm uma forte dependência com a densidade do condensado de quarks, cujo valor é desconhecido, limitando assim a confiança nos resultados das QCDSR.

As QCDSR apontam um maior caráter atrativo para as ressonâncias delta do que para os núcleons na matéria nuclear (JIN, 1995).

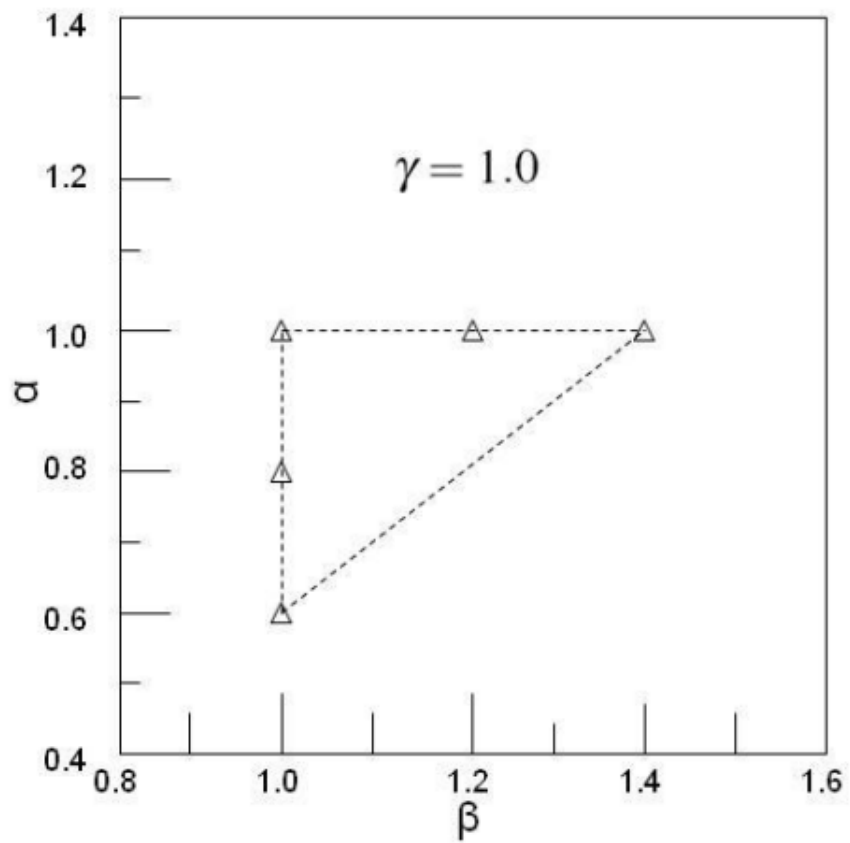


Figura 4.1: Limites das constantes de acoplamento delta-méson (KOSOV, 1998).

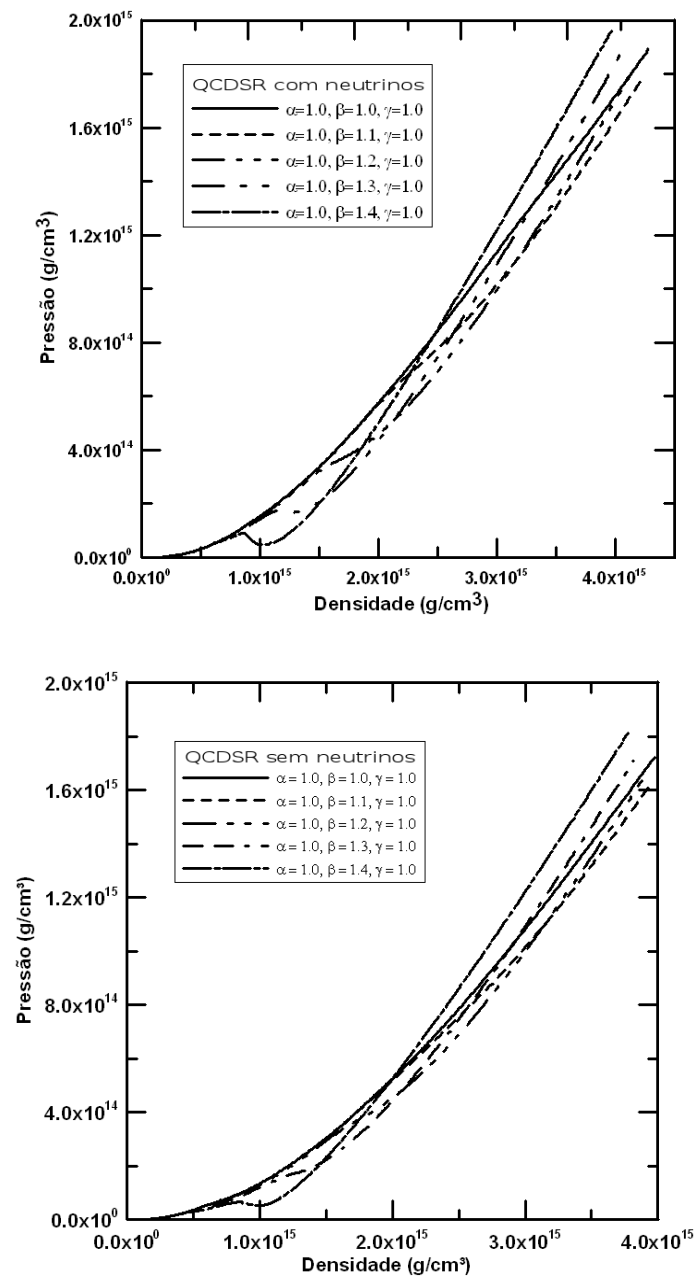


Figura 4.2: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \sigma$  (parâmetro  $\beta$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos.

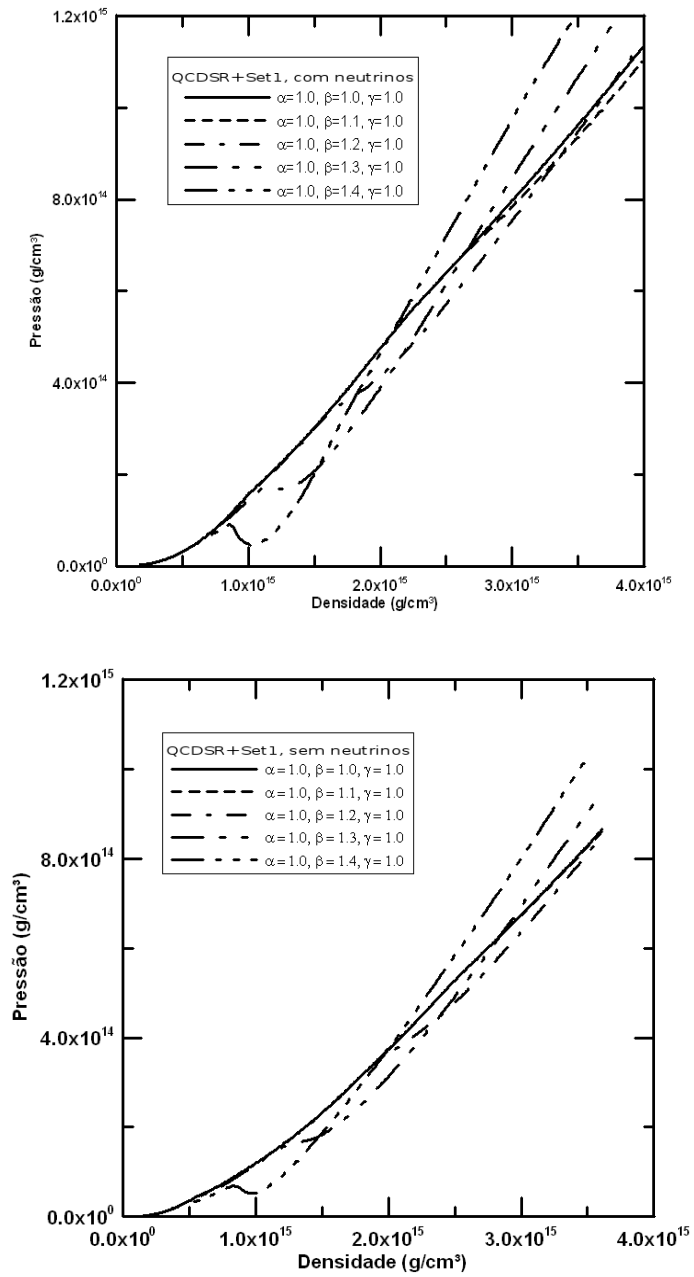


Figura 4.3: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \sigma$  (parâmetro  $\beta$ ), determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos.

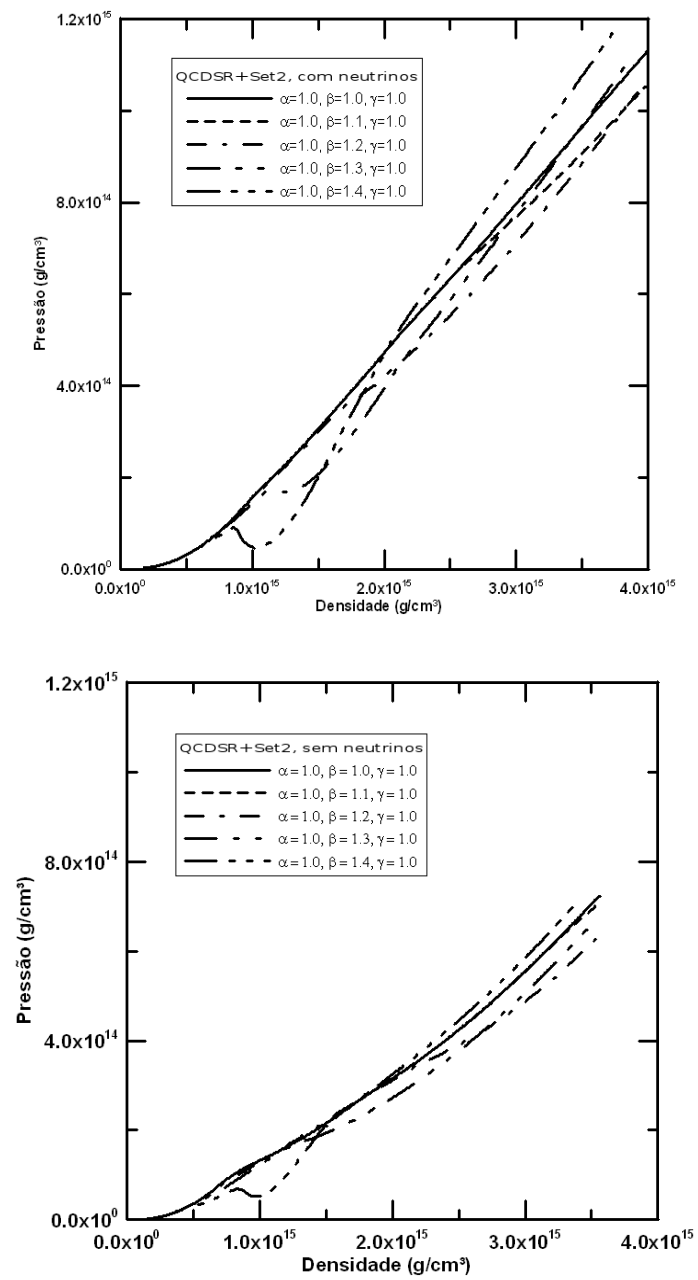


Figura 4.4: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \sigma$  (parâmetro  $\beta$ ), determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos.

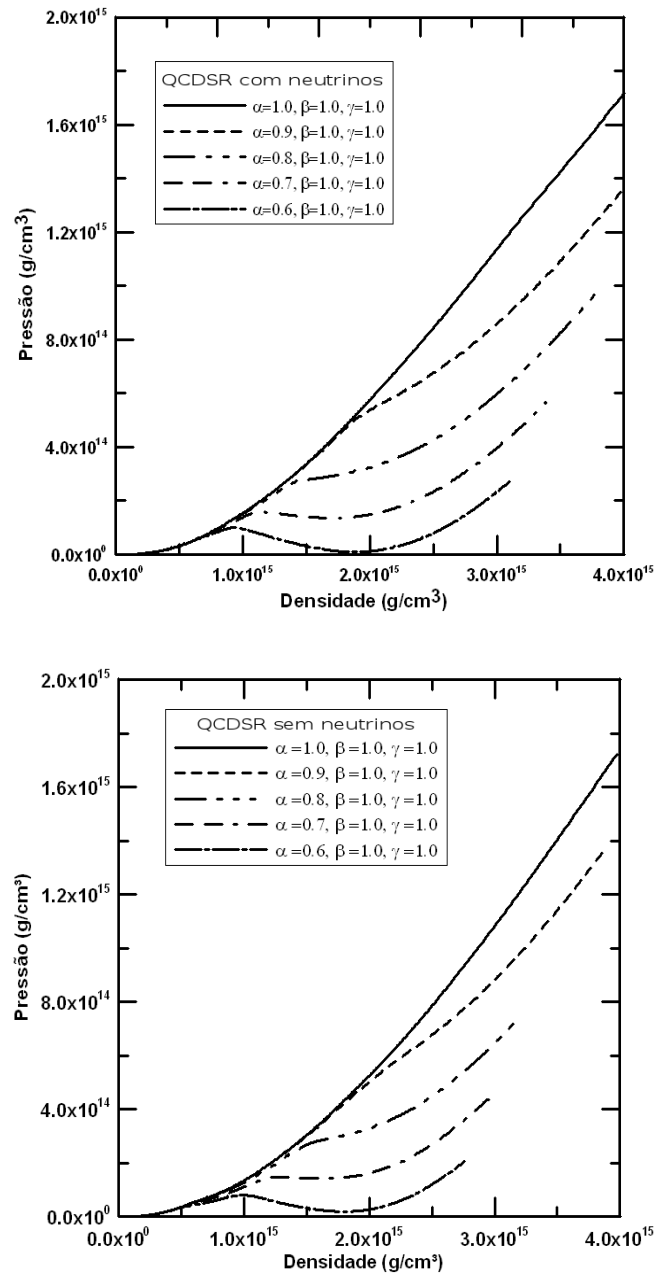


Figura 4.5: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos.

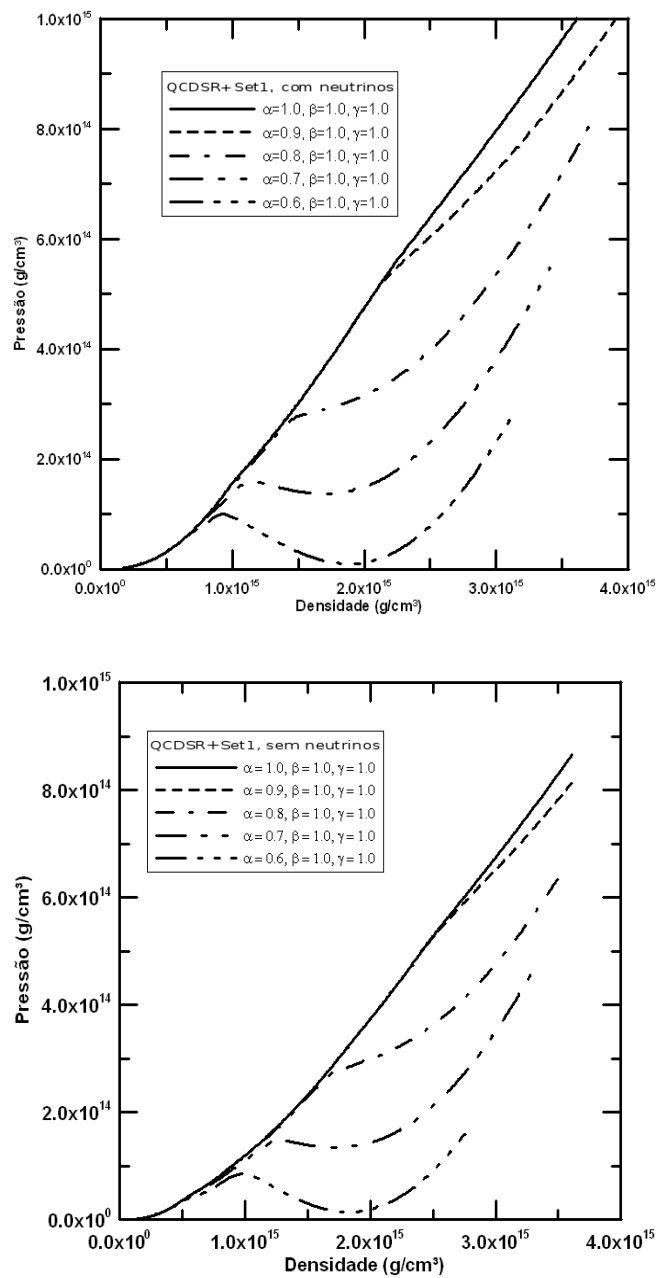


Figura 4.6: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos.

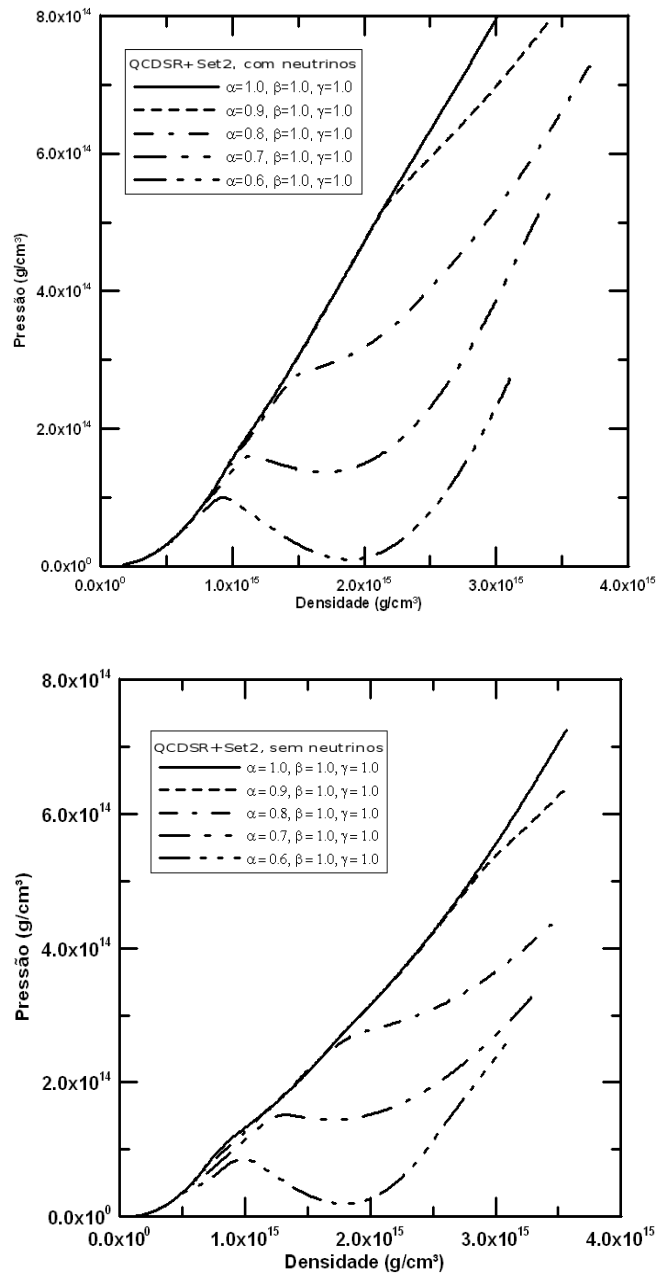


Figura 4.7: Pressão em função da densidade para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos.



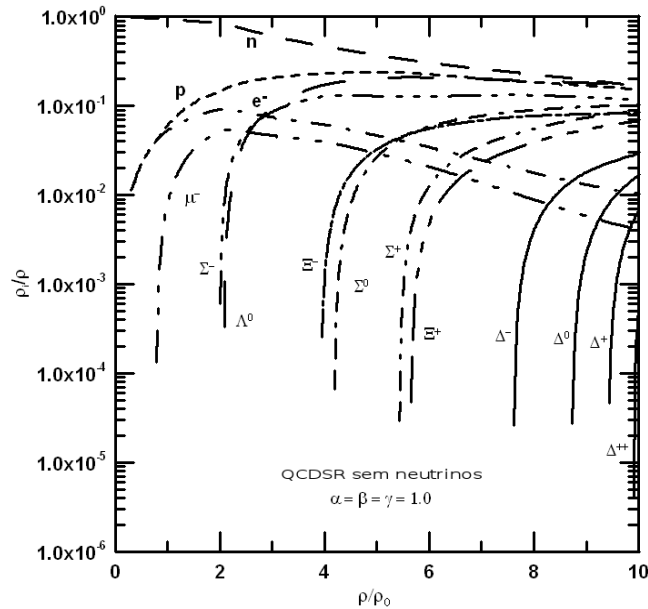
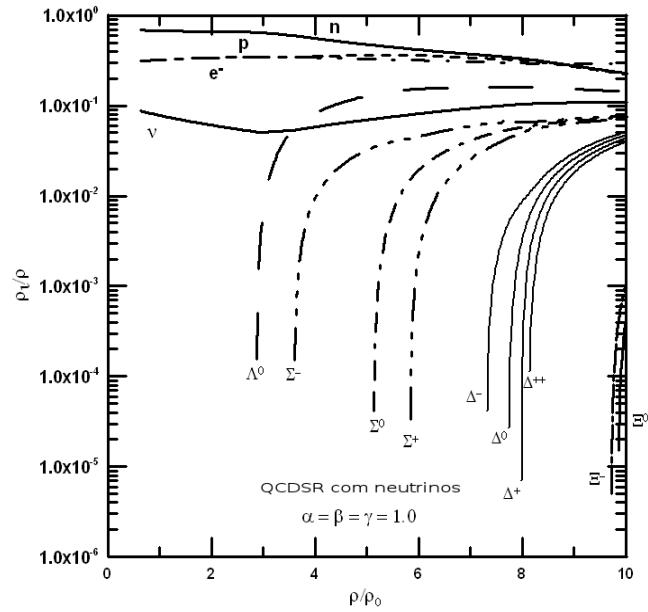


Figura 4.8: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos.

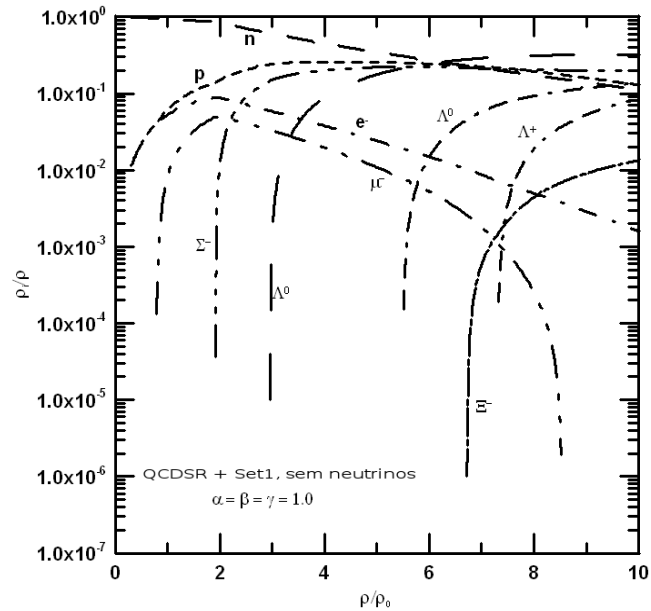
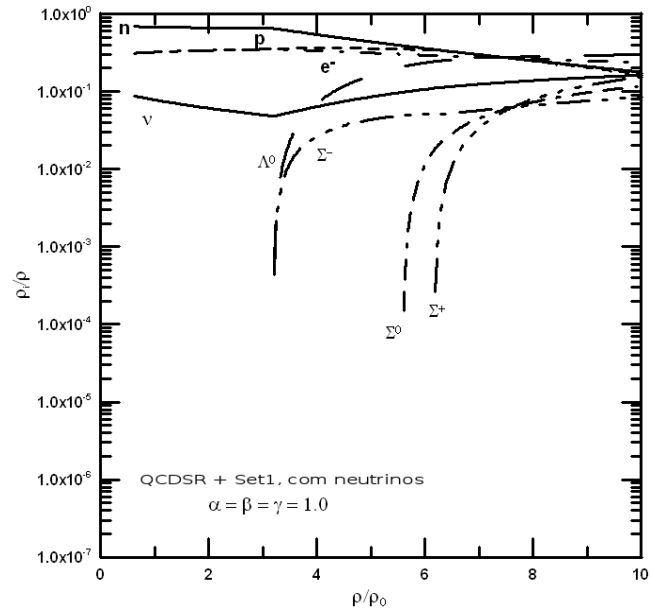


Figura 4.9: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR+Set1, para os casos com e sem neutrinos.

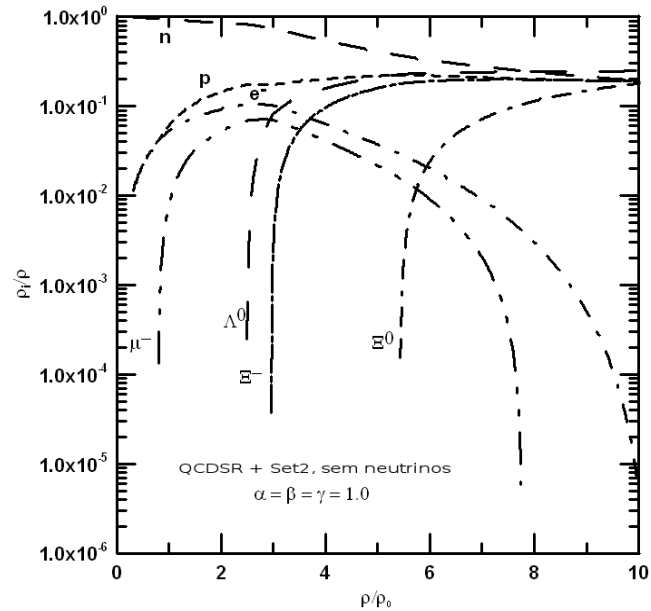
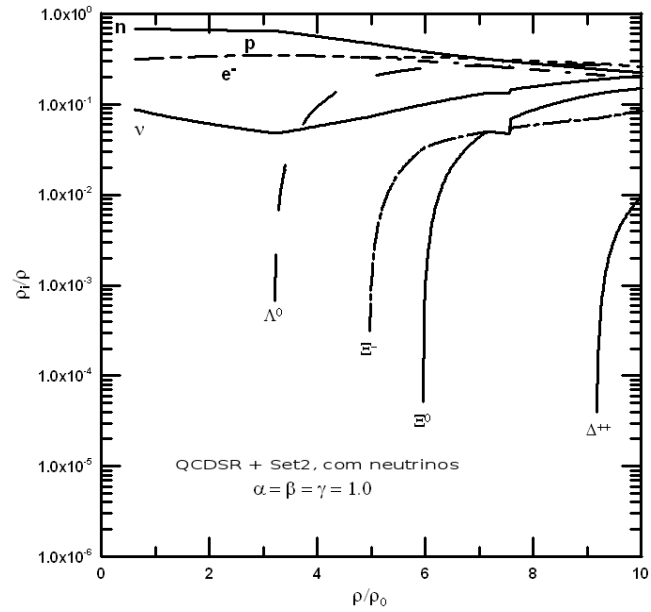


Figura 4.10: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados mostrados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -mésão determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos.

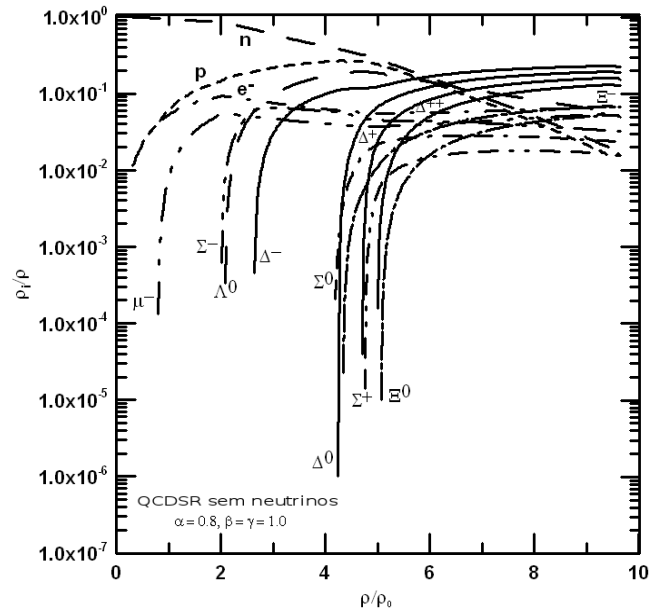
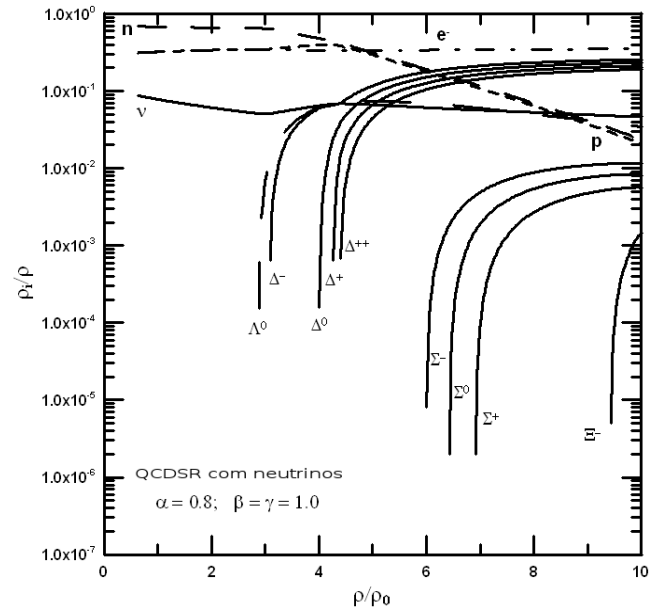


Figura 4.11: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCD SR, para os casos com e sem neutrinos.

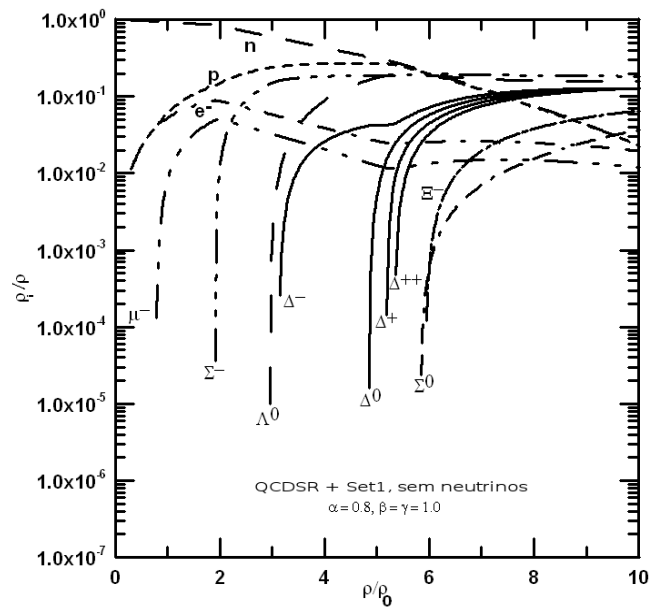
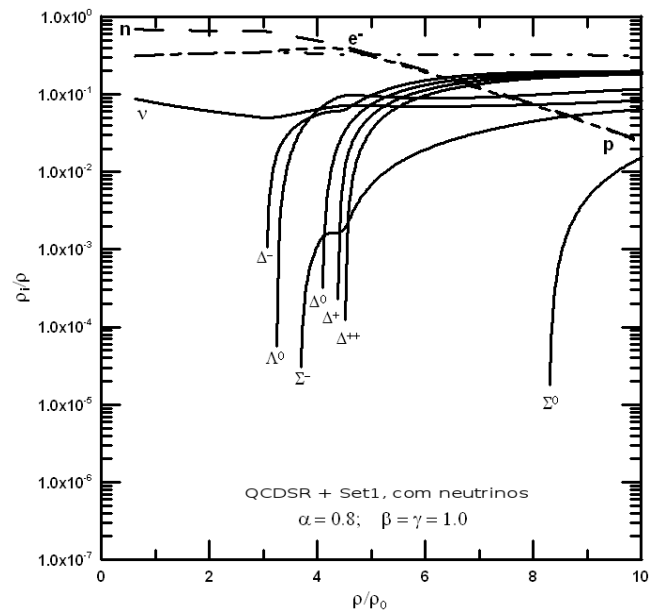


Figura 4.12: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1, para os casos com e sem neutrinos.

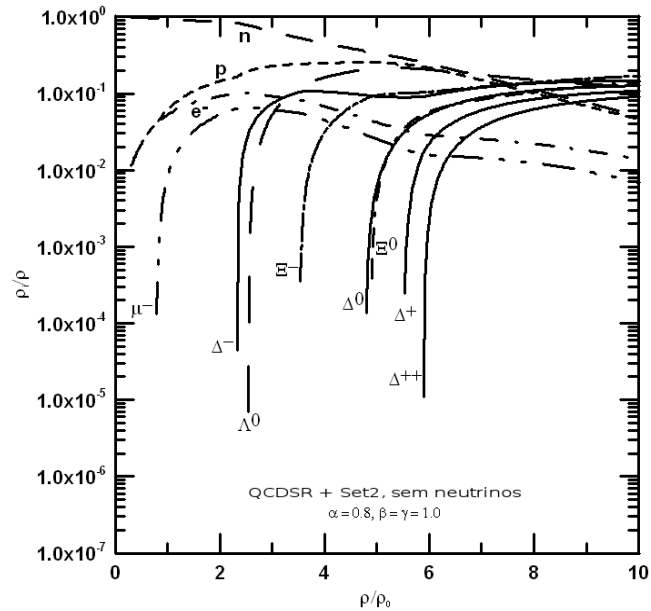
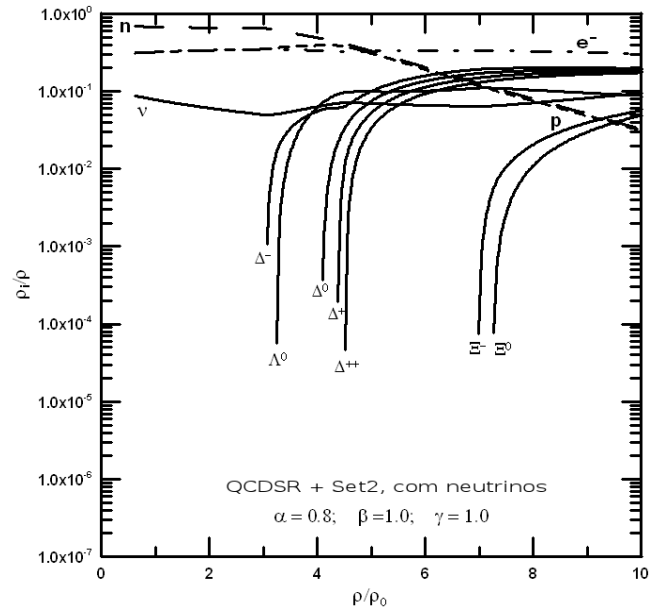


Figura 4.13: População dos bárions e léptons em função da densidade para o caso ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos.

## 5 ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM RESSONÂNCIAS DELTA USANDO O MODELO DE WALECKA NÃO LINEAR

### 5.1 INTRODUÇÃO

Podemos descrever a estrutura de uma estrela através de um conjunto de equações que contenham os parâmetros físicos, como pressão ( $P$ ), densidade ( $\rho$ ) e temperatura ( $T$ ). Nos modelos teóricos supõe-se que a estrela seja dividida em camadas. Considera-se que os parâmetros ( $T$ ,  $P$ ,  $\rho$ ) sejam deduzidos através de um ajuste entre os valores de forma que sejam consistentes nas regiões de limite entre as camadas, garantindo assim que a mudança nos valores dos parâmetros seja contínua, de uma altura da camada para outra, dentro da estrela (GREGORIO-HETEM, 2010).

Em geral, necessitamos ainda impor outras condições que devem ser cumpridas em todas as camadas que fazem parte da estrela. Essas condições são (MACIEL, 1999):

- (i) simetria esférica;
- (ii) ausência de rotação;
- (iii) ausência de pulsação;
- (iv) ausência de campos magnéticos; e
- (v) equilíbrio hidrostático.

A condição de equilíbrio hidrostático (KEPLER, 2004) resulta de um balanço entre a força gravitacional, em direção ao centro, e a força de pressão do gás estelar, em direção ao exterior. No momento em que essas duas forças opostas se igualam dá-se o equilíbrio hidrostático (Ver Apêndice C):

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2}, \quad (5.1)$$

onde  $P$  é a pressão do gás estelar,  $G$  é a constante gravitacional,  $M$  é a massa,  $\rho(r)$  é a densidade e  $r$  é o raio. Como  $M(r)$ ,  $\rho(r)$  e  $r$  são positivas,  $\frac{dP}{dr}$  é negativa, isto é, à medida que o raio  $r$

aumenta, a pressão diminui. Podemos expressar a massa  $M(r)$  em termos da densidade, assim:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r). \quad (5.2)$$

que é chamada de *equação de continuidade da massa* (MACIEL, 1999).

## 5.2 USO DA EQUAÇÃO DE TOLMAN - OPPENHEIMER - VOLKOFF (TOV) NA ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON

A condição de equilíbrio hidrostático dentro do limite não relativístico, dada pela equação (5.1), não deve ser usada para o estudo que envolva campos gravitacionais intensos, que é a situação típica encontrada nas estrelas de nêutron. Nesse caso, necessitamos empregar a Relatividade Geral. A equação (5.1) é então substituída pela equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). Pode-se mostrar que a equação TOV é dada pela seguinte expressão (ver Apêndice C):

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \left[ 1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2} \right] \left[ 1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2} \right] \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{rc^2} \right]^{-1} \quad (5.3)$$

Quando comparamos as equações (5.1) e (5.3) vemos que as correções relativísticas à gravitação newtoniana estão contidas nas expressões entre colchetes.

Dadas as equações de estado  $P = P(\rho)$ , e resolvendo-as a partir da região central até a superfície ( $\rho \ll \rho_c$ ), a solução numérica da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff permitirá estabelecer os limites superiores de massa para as protoestrelas de nêutron, assim como para as estrelas de nêutron propriamente ditas. Este limite depende da equação de estado estabelecida pelo modelo.

O programa utilizado para obtenção dos resultados (dados), integra numericamente a equação diferencial TOV usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, e constrói-se, então, as tabelas com os valores mostrados nos gráficos.



### 5.3 ESTRUTURA DE PROTOESTRELAS DE NÊUTRON COM A MATÉRIA FORMADA POR RESSONÂNCIAS DELTA

A equação de estado para a matéria estelar, obtida no capítulo quatro (equações 4.18 e 4.19), é aplicada à equação TOV que então é resolvida numericamente impondo a condição de simetria esférica para a estrutura interna de uma estrela. Desta forma pudemos obter as massas e raios das protoestrelas de nêutron.

Nos cálculos, estão incluídas a equação de estado para a faixa de densidade subnuclear sem nêutrons livres, obtida por Baym, Pethick e Sutherland (BPS) (BAYM, 1971), a equação de estado considerando os nêutrons livres, obtida por Baym, Bethe e Pethick (BBP) (BAYM, 1971) e a equação de estado para a fase hadrônica estabelecida no capítulo anterior. A equação de estado para a fase hadrônica é relevante para a estrutura da região mais central da protoestrela de nêutron, e as demais são importantes para a determinação da atmosfera da protoestrela de nêutron. Dessa maneira, estamos cobrindo toda a faixa de densidade de interesse para a estrutura da protoestrela de nêutron.

Nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, mostramos os resultados com a inclusão dos neutrinos (protoestrelas de nêutron) comparados aos resultados sem neutrinos (estrelas de nêutron) referindo-se a massa em função do raio de diferentes estrelas. É feita uma varredura em valores da densidade central onde estabelece-se as correspondentes estruturas de protoestrelas de nêutron, assim como das estrelas de nêutron. Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon ( $\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi$ )-méson determinados pelas QCDSR, QCDSR+Set1 e QCDSR+Set2. A análise é apresentada para três casos de acoplamento delta-méson ( $\alpha = 0.6$  a  $0.8$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ ) e para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ). Nestes gráficos, cada ponto que compõe as curvas representa uma estrela. As Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 mostram os valores para a massa máxima e seu respectivo raio para cada caso analisado.

$\alpha$	Com neutrinos		Sem neutrinos	
	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)
1.0	1.879	11.10	1.797	10.37
0.8	1.700	12.83	1.617	11.84
0.7	1.496	13.82	1.381	12.68
0.6	1.298	14.61	1.146	13.13

Tabela 5.1: Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR.

$\alpha$	Com neutrinos		Sem neutrinos	
	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)
1.0	1.781	11.81	1.557	10.94
0.8	1.696	12.86	1.516	11.81
0.7	1.499	13.81	1.378	12.67
0.6	1.298	14.61	1.174	13.07

Tabela 5.2: Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR + Set1.

$\alpha$	Com neutrinos		Sem neutrinos	
	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)	Massa ( $M_{\odot}$ )	Raio (Km)
1.0	1.786	11.87	1.586	12.32
0.8	1.697	12.85	1.559	12.23
0.7	1.499	13.81	1.415	12.71
0.6	1.298	14.61	1.179	13.07

Tabela 5.3: Valores máximos para a massa e respectivo raio usando os limites das constantes de acoplamento obtidas através das QCDSR + Set2.

Nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6, apresentamos nossos resultados para as protoestrelas de nêutron comparados com as estrelas de nêutron, referindo-se a distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} (g/cm^3)$ , para o caso acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para o caso ( $\alpha = 0.8, \beta = \gamma = 1.0$ ). Comparando-se estas figuras, notamos que: a) para ambos os casos, protoestrelas de nêutron e estrelas de nêutron, a equação de estado é mais dura para o acoplamento universal; e b) comparando-se as protoestrelas de nêutron com as estrelas de nêutron, as protoestrelas são mais massivas. Observamos também que a estrela com maior massa é aquela cujos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -mésón são determinados pelas QCDSR (Figura 5.4) quando comparado aos casos QCDSR + Set1 e QCDSR + Set2.

Nas Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, mostramos os resultados, protoestrelas de nêutron comparados aos resultados para as estrelas de nêutron, para a distribuição da pressão em função do raio, para os mesmos tipos de acoplamento das figuras anteriores e mesma densidade central. Da comparação entre os valores, observamos que a protoestrela de nêutron possui maior pressão que a estrela de nêutron.

Nas Figuras 5.10, 5.11 e 5.12, apresentamos os resultados para protoestrelas de nêutron comparados com as estrelas de nêutron para a distribuição de densidade em função do raio, correspondendo aos mesmos casos de acoplamento analisados nas figuras anteriores.

Finalmente, nas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15, mostramos os resultados para as protoestrelas de nêutron comparados com os resultados para as estrelas de nêutron, para a distribuição

de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15}$  ( $g/cm^3$ ) e para o caso  $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ . Para a Figura 5.13, os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos. Para as Figuras 5.14 e 5.15, os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR + Set1 e QCDSR + Set2, para os casos citados anteriormente.

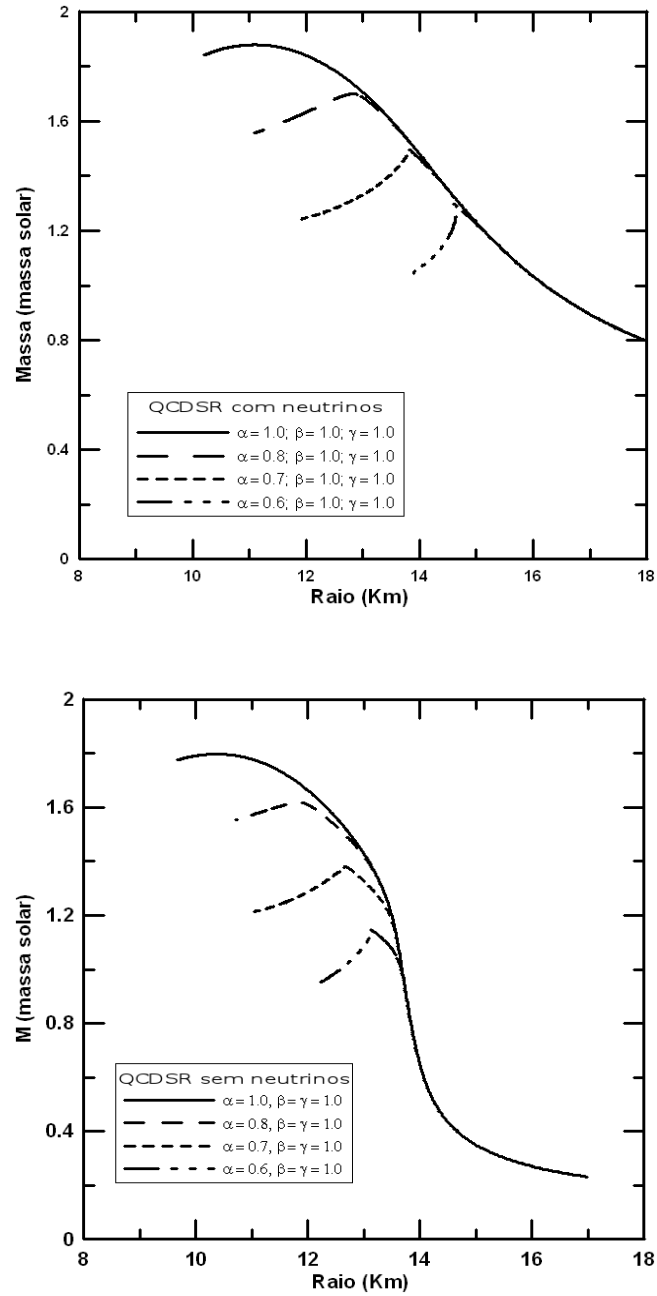


Figura 5.1: Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos.

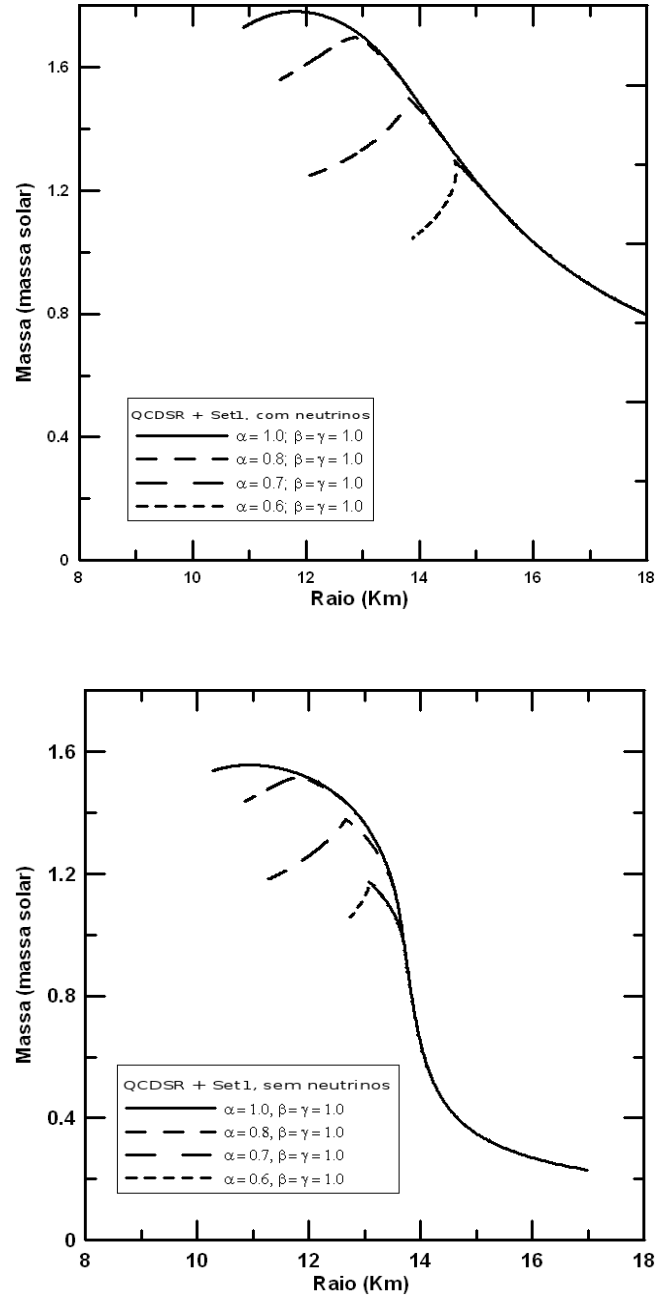


Figura 5.2: Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ) usando os valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR + Set1, para os casos com e sem neutrinos.

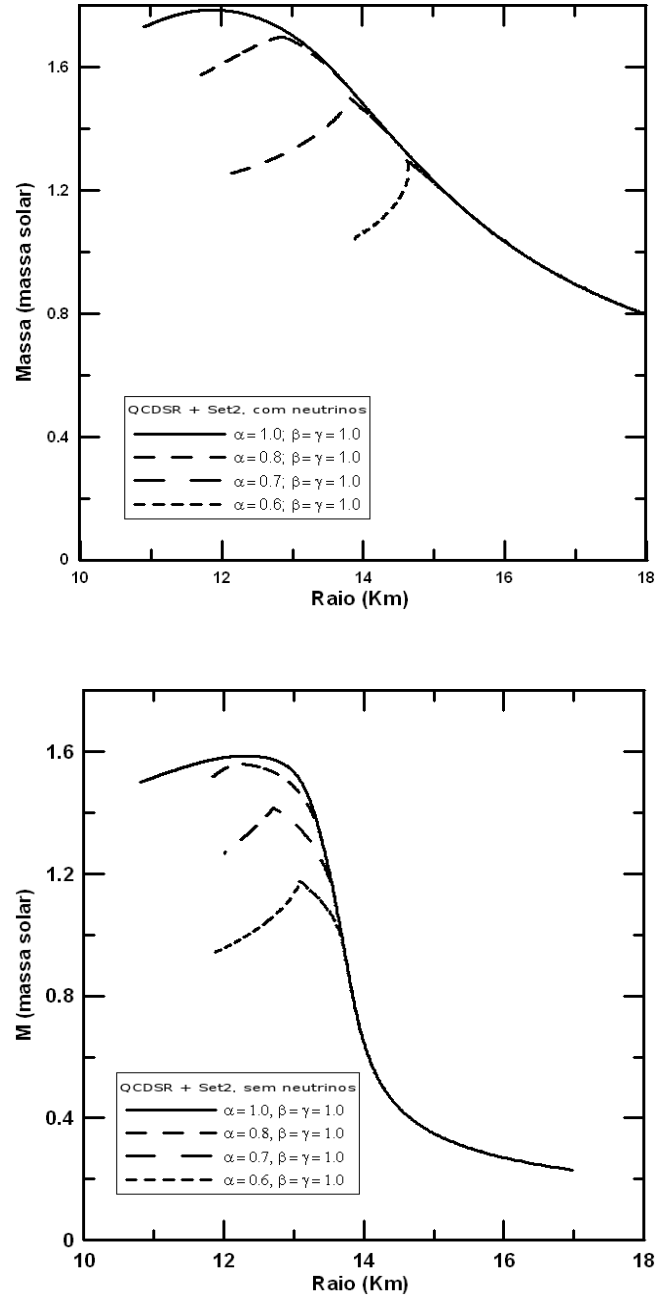


Figura 5.3: Massa em função do raio de diferentes estrelas, varrendo um intervalo de densidade central, mostrado para equações de estado com acoplamento universal ( $\alpha = \beta = \gamma = 1.0$ ) e para diferentes valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  (parâmetro  $\alpha$ ) usando os valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR + Set2, para os casos com e sem neutrinos.

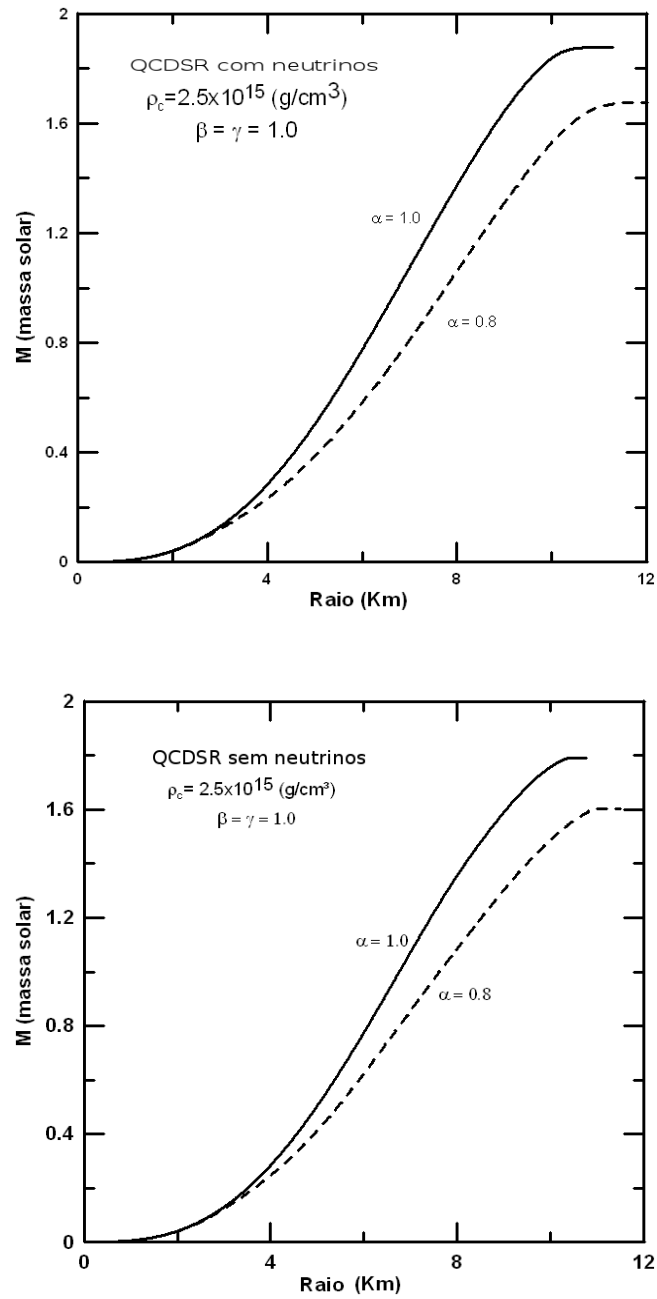


Figura 5.4: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0), determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos.

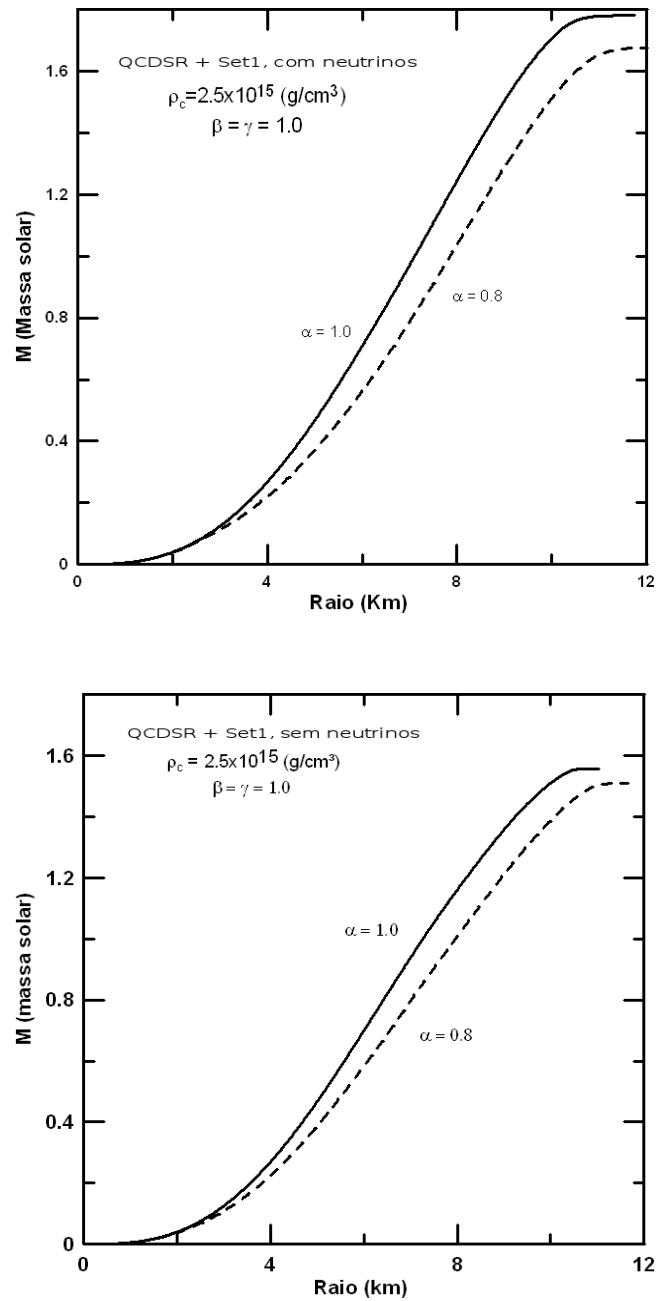


Figura 5.5: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0).

Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCD SR+Set1, para os casos com e sem neutrinos.



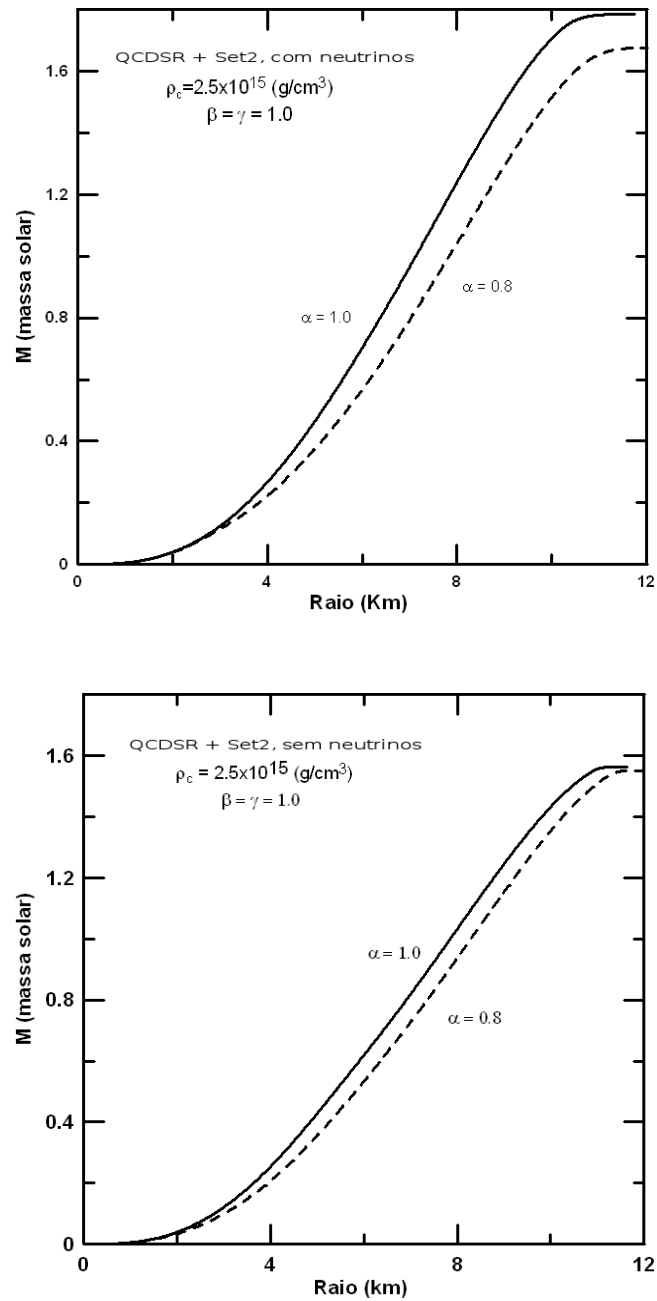


Figura 5.6: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$ , para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0).

Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2, para os casos com e sem neutrinos.

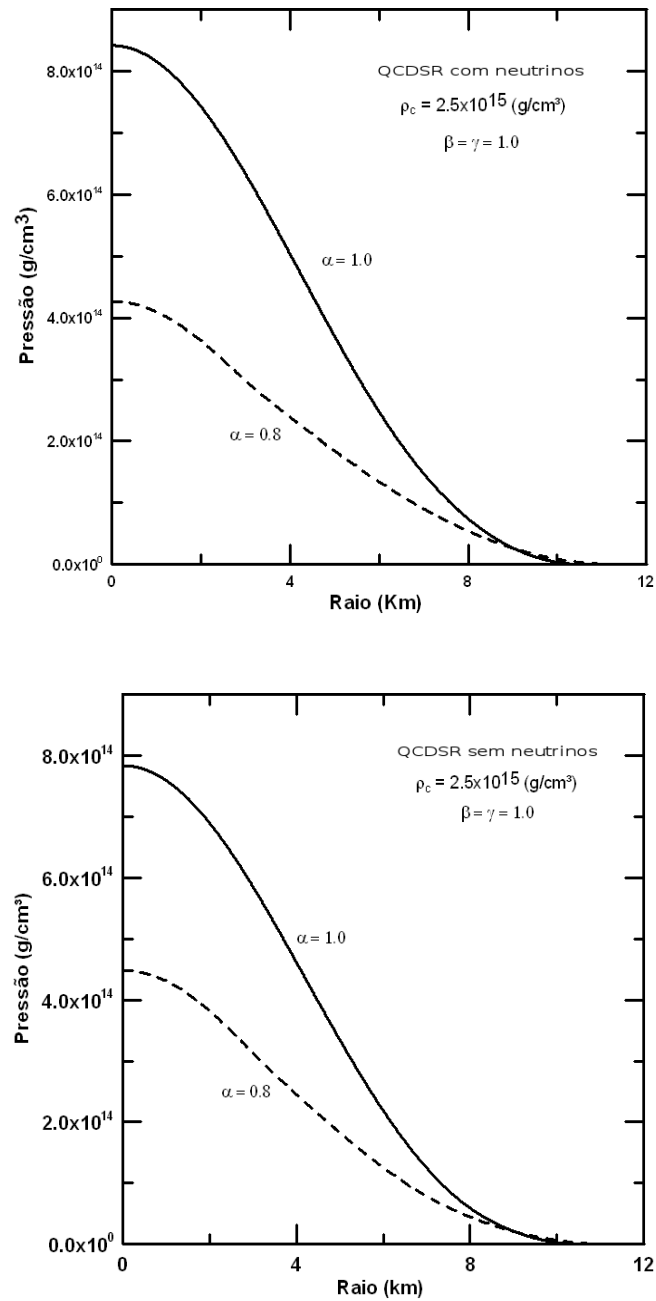


Figura 5.7: Distribuição de pressão em função do raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta - \omega$  determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos.

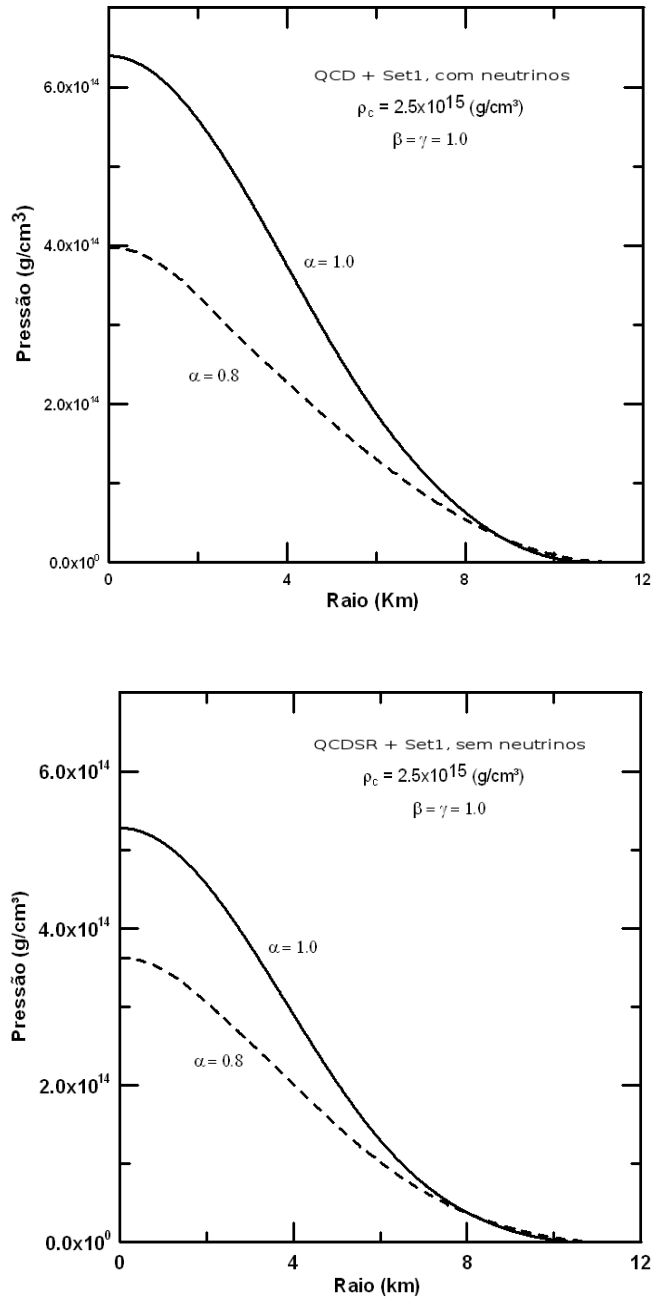


Figura 5.8: Distribuição de pressão em função do raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos.

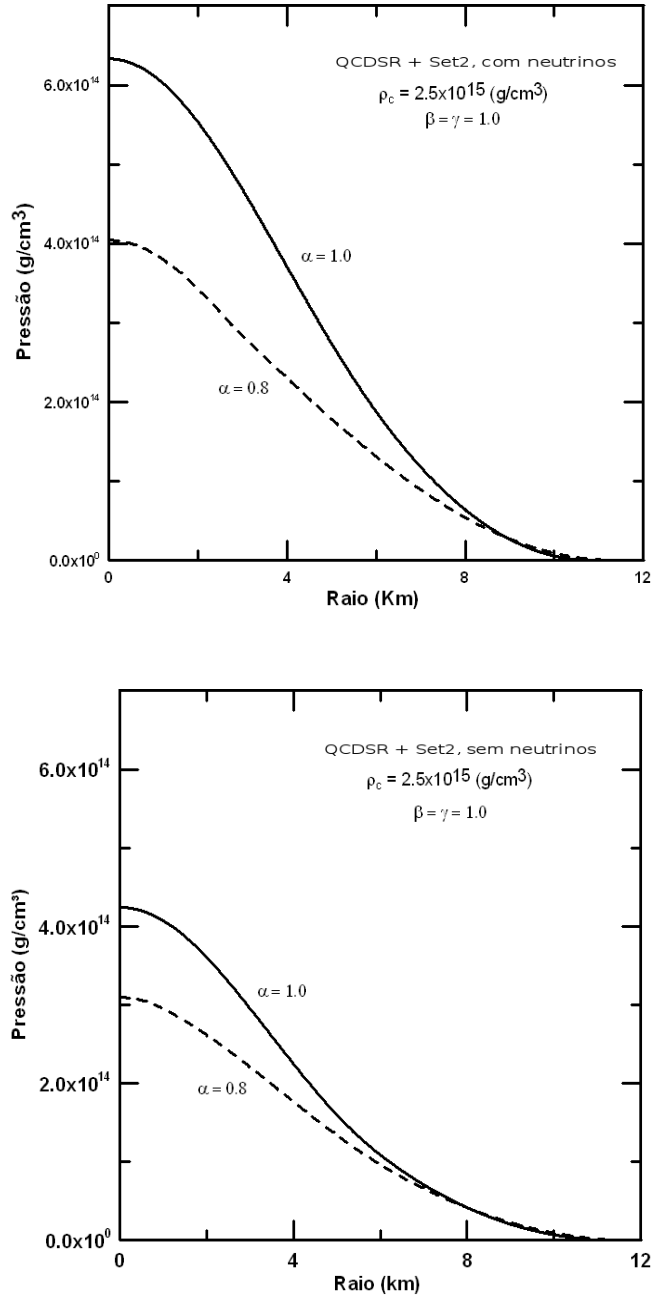


Figura 5.9: Distribuição de pressão em função do raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2 para os casos com e sem neutrinos.

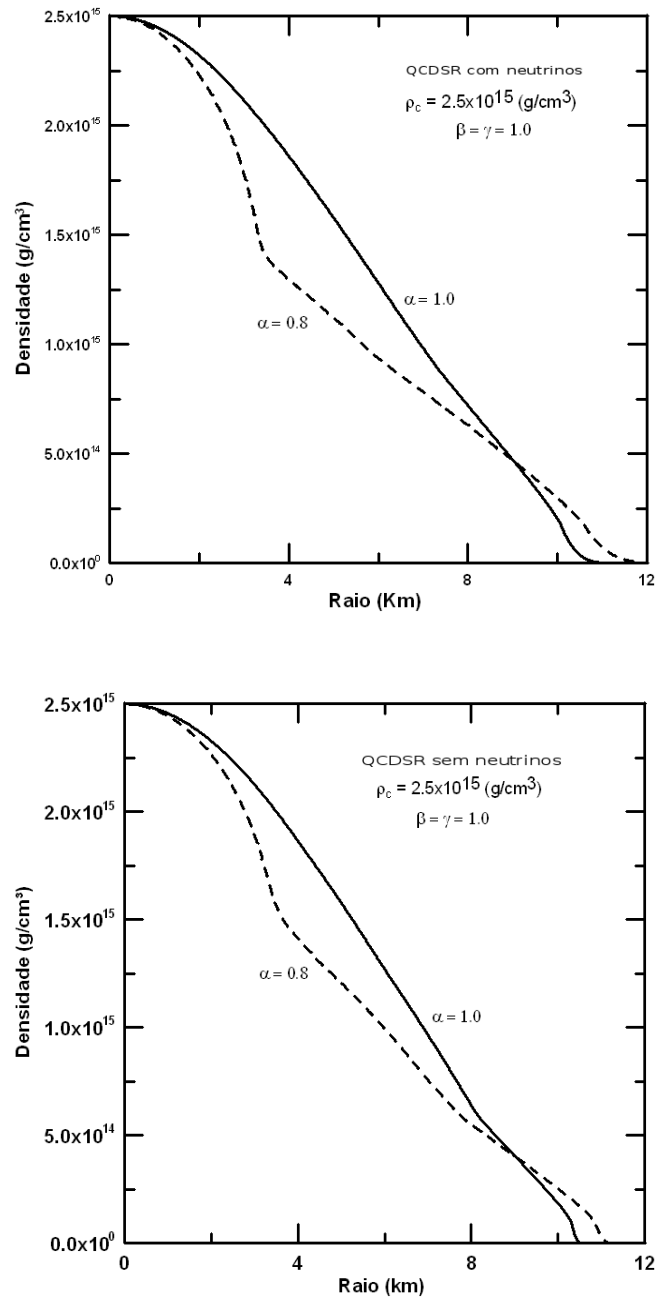


Figura 5.10: Distribuição de densidade em função do raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos.

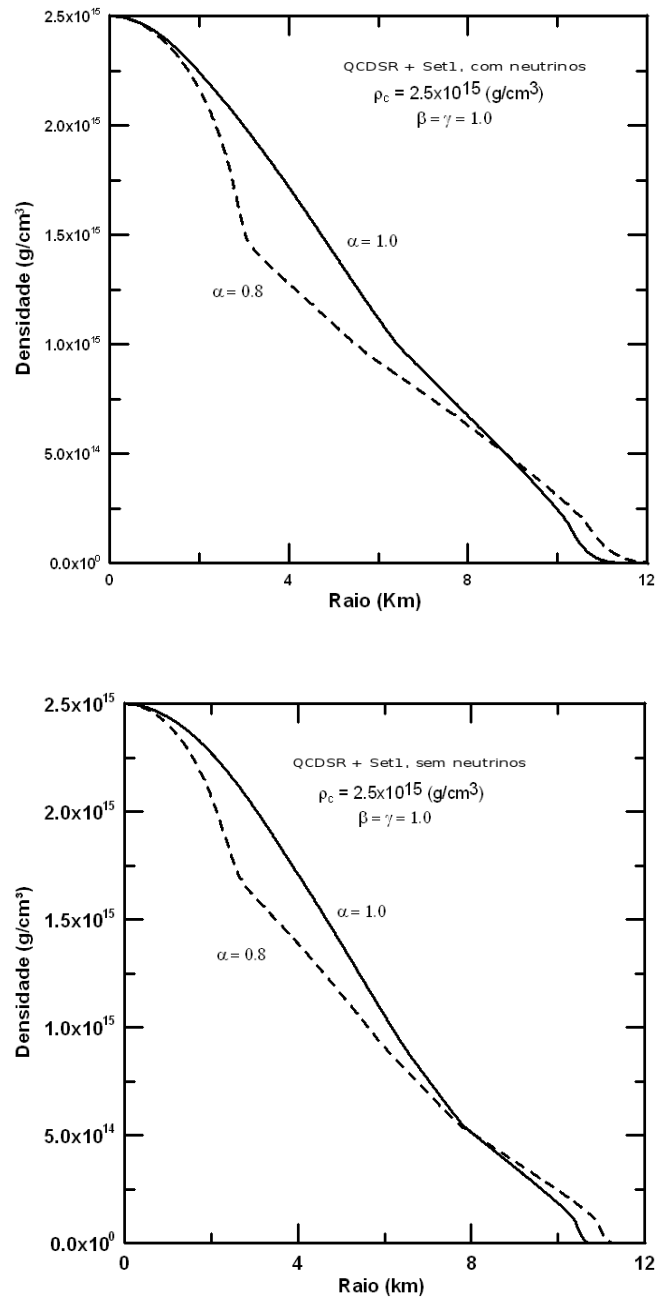


Figura 5.11: Distribuição de densidade em função do raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos.

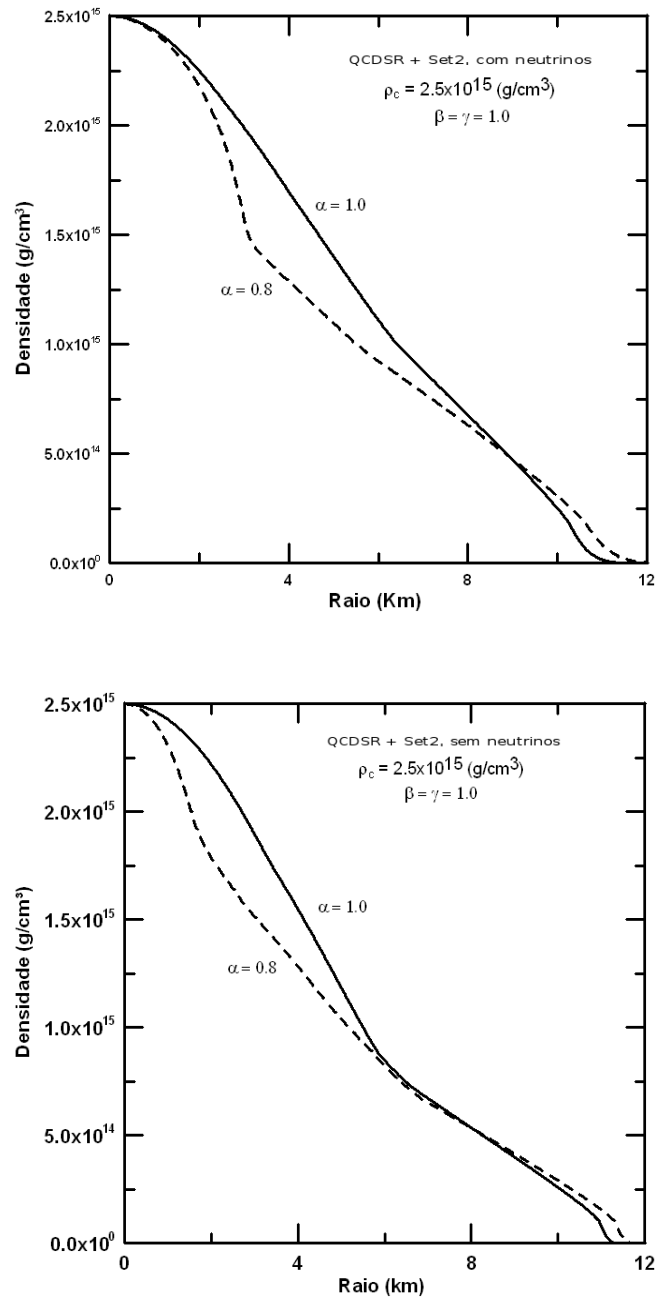


Figura 5.12: Distribuição de densidade em função do raio R para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$ , com  $\beta = \gamma = 1.0$  e para os valores do parâmetro  $\alpha$  (0.8 e 1.0). Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCD SR+Set2 para os casos com e sem neutrinos.

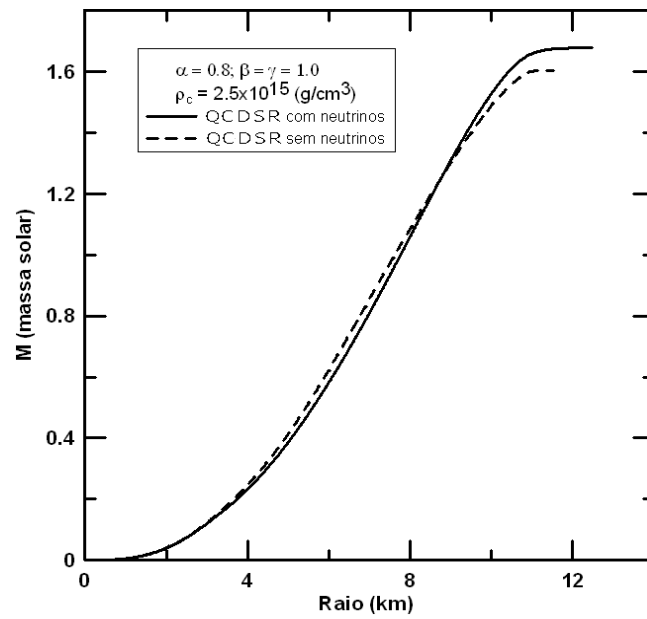


Figura 5.13: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento  $\Delta$ -méson determinados pelas QCDSR para os casos com e sem neutrinos.



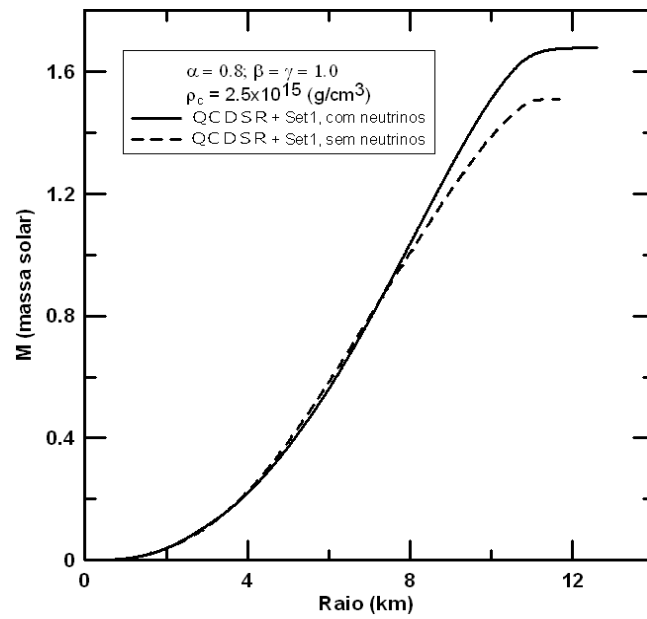


Figura 5.14: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8, \beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set1 para os casos com e sem neutrinos.

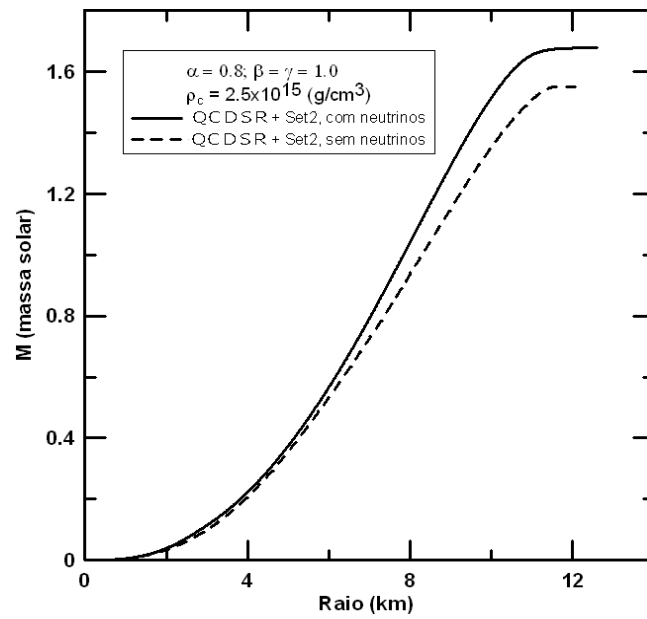


Figura 5.15: Distribuição de massa encerrada na camada de raio  $R$  para estrelas com densidade central  $\rho_c = 2.5 \times 10^{15} \text{ (g/cm}^3\text{)}$  com  $\alpha = 0.8, \beta = \gamma = 1.0$ . Os resultados apresentados referem-se aos valores da constante de acoplamento híperon-méson determinados pelas QCDSR+Set2 para os casos com e sem neutrinos.

## CONCLUSÕES

Sabemos da literatura que para valores de densidades acima de  $\rho = 10\rho_0$ , provavelmente deve ocorrer uma transição de fase hádrons-QGP (Quark-Glúon Plasma) (PRAKASH, 1997). Desta forma, neste trabalho exploramos a formação de ressonâncias delta em densidades de até  $\rho = 10\rho_0$  (ver Figuras 4.8 a 4.13).

Conforme os limites das constantes de acoplamento delta-méson determinados através das QCDSR (KOSOV, 1998) e dos demais acoplamentos híperon ( $\Lambda, \Sigma, \Xi$ )-méson através de Set1 (GLENDEENING, 1991) e Set2 (CHIAPPARINI, 2009) para os casos com neutrinos (protoestrelas de nêutron) e sem neutrinos (estrelas de nêutron), apresentamos os resultados para a pressão em função da densidade (equação de estado) para a matéria estelar formada por hádrons (ver Figuras 4.2 a 4.7). Concluimos que, para as equações de estado comparadas com o caso acoplamento universal, os desvios observados são atribuídos ao surgimento da ressonância delta no meio hadrônico quando a matéria estelar é submetida a maiores compressões.

A partir da análise das figuras 4.2 a 4.7, concluimos que a equação de estado para o caso com neutrinos é mais “dura” quando comparada ao caso sem neutrinos.

Observamos ainda que nos resultados das equações de estado para os casos: ( $\alpha = 1.0$ ,  $\beta = 1.4$ ,  $\gamma = 1.0$ ), ( $\alpha = 0.6$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ), e ( $\alpha = 0.7$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ), existem intervalos nos quais o aumento da densidade leva à diminuição da pressão ou seja,  $dP/d\rho < 0$ . Estes intervalos indicam a ocorrência de uma transição de fase.

Analisando as Figs 4.8 a 4.10, observamos que, na Figura 4.8, no caso do acoplamento universal, determinados pelas QCDSR, para os casos com e sem neutrinos, a ressonância delta aparece em torno de  $\rho = 8\rho_0$ , enquanto que na Figura 4.9, referente ao caso QCDSR + Set1, a referida ressonância não aparece na situação com e sem neutrinos. Na Figura 4.10, que refere-se ao caso QCDSR + Set2, a ressonância delta aparece somente por volta da densidade  $\rho = 9\rho_0$  no caso com neutrinos, não aparecendo no caso sem neutrinos. Como o surgimento das ressonâncias delta obtidas experimentalmente se dá numa densidade  $\rho \approx 3\rho_0$  e os resultados obtidos acima para o caso acoplamento universal diferem bastante desse valor, concluimos que os valores atribuídos ao acoplamento universal não reproduzem satisfatoriamente a realidade.

Entretanto, para o conjunto de valores ( $\alpha = 0.8$ ,  $\beta = \gamma = 1.0$ ), nas Figuras 4.11 e

4.12, a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de  $\rho = 3\rho_0$ , nos casos com e sem neutrinos, se aproximando bastante dos resultados experimentais. Apenas para o caso sem neutrinos (figura 4.13) a ressonância delta, de carga negativa, surge próximo de  $\rho = 2\rho_0$ , valor que se aproxima bastante dos resultados experimentais.

Através da resolução numérica da TOV, utilizando-se a equação de estado para a matéria estelar, obtivemos as massas e raios das protoestrelas de nêutron e comparamos esses resultados com aqueles das estrelas de nêutron (SILVA, 2011).

Das Figuras 5.1 a 5.3, de cujos dados construímos as Tabelas 5.1 a 5.3, que apontam os valores máximos para a massa e respectivo raio, observamos que as protoestrelas de nêutron apresentam-se mais massivas que as estrelas de nêutron, devido à presença dos neutrinos, resultado este, também compatível com os dados obtidos e apresentados nas Figuras 5.4 a 5.6.

Comparando as Figuras 5.7, 5.8 e 5.9, observamos que as protoestrelas de nêutron possuem maior pressão que as estrelas de nêutron.

Finalmente, nas Figuras 5.13 a 5.15, concluímos que a inclusão do conjunto de constantes de acoplamento híperon-méson (Set1 e Set2, ver Tabela 4.1) não alterou de forma significativa a massa máxima das protoestrelas de nêutron.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. G., **Ejeção de Massa em Protoestrelas de Nêutron Induzida por Escape de Neutrinos**, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, (2008).
- ANDRADE, L. N.; **Breve introdução ao L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>**, Dept<sup>o</sup> de Matemática, UFPB, (2000).
- BAADE, W.; ZWICKY, F., Phys. Rev. 45, (1934) 138.
- BARON, E.; COOPERSTEIN, J.; KAHANA, S., Phys. Rev. Lett. 55, (1985) 126.
- BAYM, G.; BETHE, H.; PETHICK, C., Nucl. Phys. A175, (1971) 225.
- BAYM, G.; PETHICK, C.; SUTHERLAND, P., Astrophys. J. 170, (1971) 299.
- BJORKEN, J. D.; DRELL, S.D., **Relativistic Quantum Fields**, McGraw-Hill, New York (1965).
- BLAIZOT, J. P., Phys. Rep. C64, (1980) 171.
- BLAIZOT, J. P.; GOGNY, D.; GRAMMATICOS, B., Nucl. Phys. A265, (1976) 315.
- BOGUTA, J.; BODMER, A.R., Nucl. Phys. A292, (1977) 413.
- CHIAPPARINI, M.; RODRIGUES, H.; DUARTE, S.B., Phys. Rev. C54, (1996) 936.
- CHIAPPARINI, M., et al, Nucl. Phys. A 826 (2009) 178.
- CHUNG, K. C., **Vamos Falar de Estrelas?**, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ, 2000.
- DOTTORI, H.; **Hipertextos do Observatório Educativo Itinerante**. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/oei/index.html>. Acesso em: 20/02/2012.
- FONG, CHAN T.; **Formação de Ressonâncias Delta em Estrelas de Nêutron**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Roraima, (2009).
- GLENDENNING, N. K., **Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity**, Springer-Verlag, NewYork (1997).
- GLENDENNING, N. K.; MOSZKOWSKI, S.A., Phys. Rev. Lett. 67, (1991) 2414.
- GLENDENNING, N. K.; **Special and General Relativity: With Applications to White**

**Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes**, Springer, (2007).

GOLD, T., *Nature* 218, (1968) 731.

GOMES, L. V. S.; **Proto-Estrelas de Nêutron com Ressonâncias Delta usando o Modelo de Zimanyi-Moszkowski**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Roraima, (2010).

GONÇALVES, H. A. R., **Descrição Lagrangeana Efetiva do Colapso Gravitacional e Confinamento de Neutrinos em Explosão de Supernova**, Tese de Doutorado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro, (1995).

GREGORIO-HETEM, J. C.; PEREIRA, V. J. S.; OLIVEIRA, C. M., Apostila **Fundamentos de Astronomia**, Dept<sup>o</sup> de Astronomia, IAG/USP, (2010).

GRYNBERG, S. E.; **Consequências do Confinamento de Neutrinos na Formação de Protoestrelas de Nêutrons Híbridas**, Tese de Doutorado, UFMG, (2000).

GRYNBERG, S. E.; NEMES, M. C.; RODRIGUES, H.; CHIAPPARINI, M.; DUARTE, S. B., *Phys. Rev. D* 62 (12), (2000) 12300.

HEWISH, A.; BELL, S. J.; PILKINGTON, J. D. H.; SCOTT, P. F.; COLLINS, R. A., *Nature* 217, (1968) 709.

HJORT, E. L. et al., *Phys. Rev. Lett.* 79,(1997) 4345.

HOFMANN, M.; MATTIELLO, R.; SORGE, H.; STÖCKER, H.; GREINER, W., *Phys. Rev. C* 51, (1995) 2095.

HONG, B. et al., *Phys. Lett. B* 407, (1997) 115.

HUANG, K., **Statistical Mechanics**, John Wiley Sons, New York (1965).

IRVINE, J.M., **Neutron Stars**, Clarendon Press, Oxford (1978).

JIN, X., *Phys. Rev. C* 51, (1995) 2260.

KEPLER, S. O., SARAIVA, M. F. **Astronomia e Astrofísica**, 2a. Ed., Editora Livraria da Física, 2004.

KIPPENHAHN, R; WEIGERT, A., **Stellar Structure and Evolution**, Springer-Verlag, (1989).

KOSOV, D.S.; FUCHS, C.; MARTEMYANOV, B.V.; FAESSLER, A., *Phys. Lett. B* 421, (1998) 37.

MACIEL, W. J., **Introdução à Estrutura e Evolução Estelar**, Editora da Universidade de São Paulo - Edusp, São Paulo (1999).

MANCHESTER, R. N. et al., **The Australia Telescope National Facility Pulsar Catalogue**, (2009).

MARRANGHELLO, G. F., **Estrutura Nuclear de Estrelas Compactas**, Dissertação de Mestrado, UFRGS, 2000.

MATSUI, T., Nucl. Phys. A370, (1981) 365.

MCNAMARA, G.; **Clocks in the Sky: The Story of Pulsars**, Springer, Chichester/UK, (2008).

OLIVEIRA, J. C. T., **Notas de Aulas da Disciplina Física de Partículas Elementares**, Curso de Mestrado em Física da Universidade Federal de Roraima, Boa Vista - RR, (2008).

OLIVEIRA, J. C. T.; DUARTE, S.B.; RODRIGUES, H.; CHIAPPARINI, M.; KYOTOKU, M., Int. J. Mod. Phys. D 16, (2007) 175.

OLIVEIRA, J. C. T.; KYOTOKU, M.; CHIAPPARINI, M.; RODRIGUES, H.; DUARTE, S.B., Mod. Phys. Lett. A15, (2000) 1529.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M., Phys. Rev. 55, (1939) 374.

ÖZEL, F., Nature 441 (2006) 1115.

PRAKASH, M.; BOMBACI, I.; ELLIS, P. J.; LATTIMER, J.M.; KNORREN, R., Phys. Rep., 280, (1997) 1.

RARITA, W.; SCHWINGER, J., Phys. Rev. 60, (1941) 61.

SEROT, B. D.; WALECKA, J.D., Phys. Lett. B87, (1979) 172.

SEROT, B. D.; WALECKA, J.D., **The relativistic nuclear many-body problem**, **Advances in Nuclear Physics**, vol.16, Plenum Press, New York (1986) 1.

SILVA, A. F.; **Formação de Ressonâncias Delta em Estrelas de Nêutron com a Mudança das Constantes de Acoplamento Híperon-Méson**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Roraima, (2011).

STRAUMANN, N., **General Relativity and Relativistic Astrophysics**, Springer-Verlag, Berlin (1984).

TOLMAN, R. C., Phys. Rev. 55, (1939) 364.

WALECKA, J.D., Ann. Phys. (N.Y.) 83, (1974) 491.

WEINBERG, S., **Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity**, John Wiley Sons, New York (1972).

<http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/node14.htm>, acessado em: 22/03/2012.

<http://cas.sdss.org/dr5/pt/astro/stars/stars.asp>, acessado em: 25/03/2012.

<http://www.iau.org/public/measuring/>, acessado em: 02/04/2012.

<http://www.on.com.br>, acessado em 19/03/2012.

[http://www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts\\_estrelas/biggest93.htm](http://www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts_estrelas/biggest93.htm), acessado em: 22/11/2011.

[http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeia\\_nuclear.jpg](http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeia_nuclear.jpg), acessado em: 26/04/2012.

[http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeias\\_fusao.jpg](http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeias_fusao.jpg), acessado em: 26/04/2012.



## APÊNDICE A – NUCLEOSSÍNTESE NOS INTERIORES ESTELARES

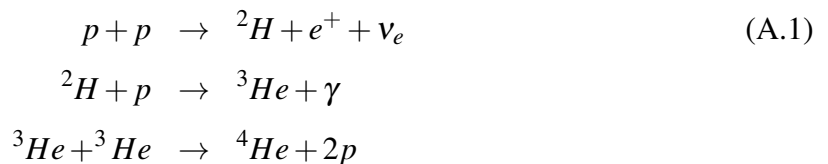
A energia de ignição necessária para desencadear o processo de fusão termonuclear é gerada a partir da energia gravitacional. Chandrasekhar determinou as massas necessárias para que uma estrela desse início a esses processos (ver Tabela A.1).

Elemento	Massa $M_{\odot}$
H	0.08
He	0.25
C	1.06
Ne	1.37

Tabela A.1: Limite de massa de uma estrela para o qual seja possível a fusão do elemento. Adaptado de (MARRANGHELLO, 2000).

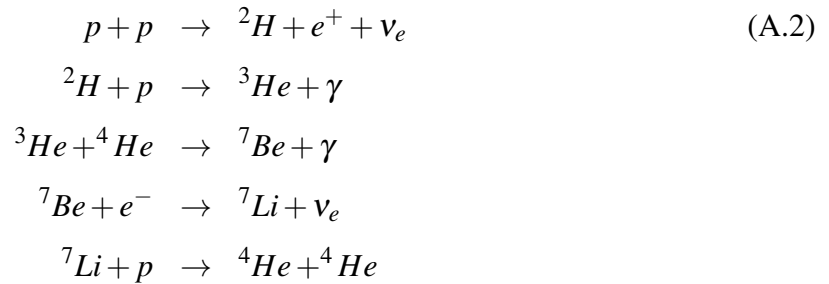
### O Ciclo do Hidrogênio: as cadeias pp

Ao entrar na sequência principal, a estrela possui um núcleo denso formado principalmente por hidrogênio e com temperatura central em torno de  $10^6\text{K}$ , suficiente para iniciar a fusão do hidrogênio através das reações do tipo  $p$ - $p$  (cadeia próton-próton). A primeira delas, a cadeia ppI, é composta (KIPPENHAHN, 1989) pelas reações:

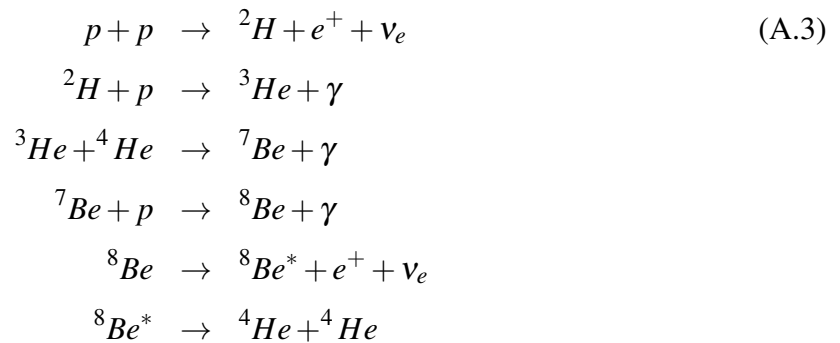


à medida que a temperatura do meio e a quantidade de Hélio vão aumentando, a cadeia ppII

(KIPPENHAHN, 1989) entra em operação:



A cadeia ppIII pode ocorrer dependendo da densidade do meio e da seção de choque do  ${}^7\text{Be}$ , que tanto pode capturar elétrons (ppII), como pode também capturar prótons (KIPPENHAHN, 1989):



Podemos observar que para as três cadeias: ppI, ppII e ppIII, o resultado final sempre é:  $4p \rightarrow {}^4\text{He}$  e a energia média liberada é da ordem de 26,7 MeV. A figura A.1 mostra as possíveis reações que ocorrem com a cadeia próton-próton e suas respectivas frequências<sup>1</sup>.

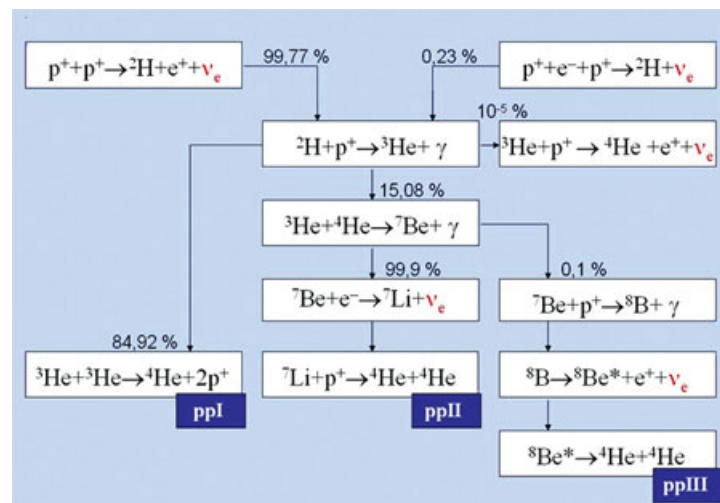
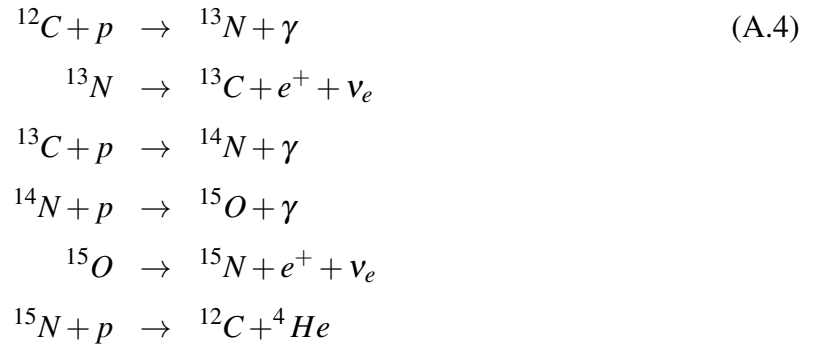


Figura A.1: O ciclo próton-próton.

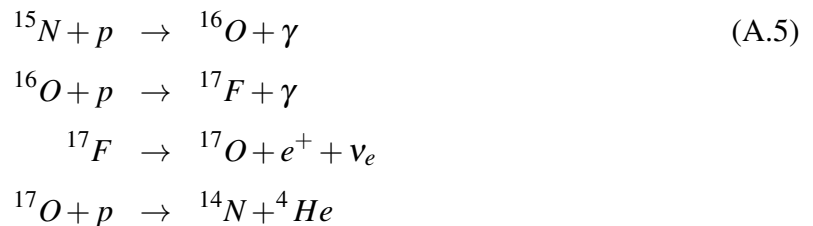
<sup>1</sup>Fonte da figura: [http://www.quimlab.com.br/guiadosselementos/img/cadeias\\_fusao.jpg](http://www.quimlab.com.br/guiadosselementos/img/cadeias_fusao.jpg)

### O Ciclo CNO

A queima de Hidrogênio pode se processar através de um outro conjunto de reações: o ciclo CNO, ou Ciclo do carbono. É dominante em temperaturas mais altas e é constituído pelas reações:



com menor probabilidade, o ciclo pode ainda se estender através das seguintes reações:



aumentando assim consideravelmente a quantidade de nitrogênio no meio. Os fatores determinantes do ciclo que será dominante (cadeias pp ou o ciclo CNO) no centro da estrela, dependerá da abundância dos elementos químicos e da temperatura. A figura A.2 mostra o ciclo CNO<sup>2</sup>.

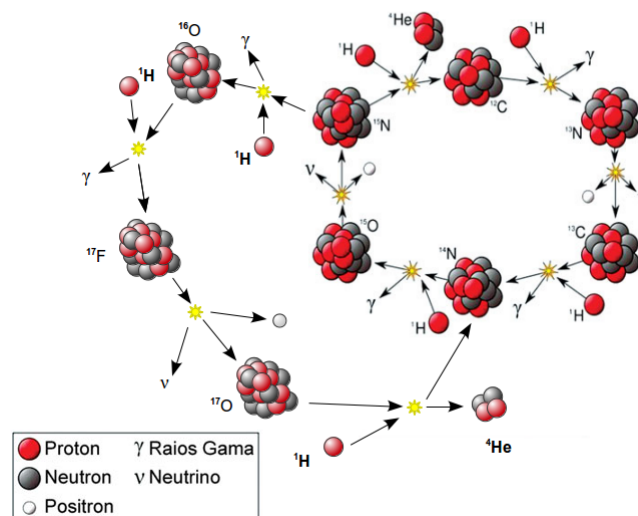


Figura A.2: O ciclo CNO.

<sup>2</sup>Figura adaptada de [http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeia\\_nuclear.jpg](http://www.quimlab.com.br/guiadoselementos/img/cadeia_nuclear.jpg)

### O Ciclo 3- $\alpha$

Se a massa da estrela, ao sair da sequência principal, for maior que o limite de Chandrasekhar, haverá a contração gravitacional do núcleo da estrela, aumentando a temperatura para valores da ordem de  $10^8$  K e a densidade a  $10^6$  g/cm<sup>3</sup>, possibilitando a fusão termonuclear do hélio, enquanto o hidrogênio continua a ser queimado na envoltória da estrela. A fusão do hélio ocorre através da chamada reação 3- $\alpha$ , que se escreve:



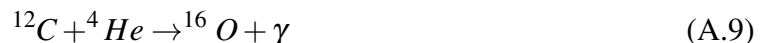
A energia média liberada é aproximadamente 7,65 MeV. O ciclo 3- $\alpha$  ocorre em duas etapas: primeiramente duas partículas alfa combinam-se durante um brevíssimo intervalo de tempo ( $\approx 10^{-16}$ s) para formarem o isótopo  ${}^8\text{Be}$ , que é muito instável:



Na outra etapa, pode também interagir com uma partícula alfa:



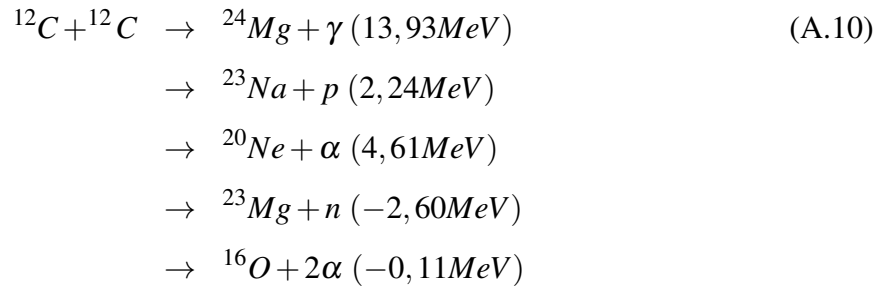
Como resultado dessa interação, produz-se quantidade suficiente de carbono. O hélio poderá ser consumido através de outra reação, dada por:



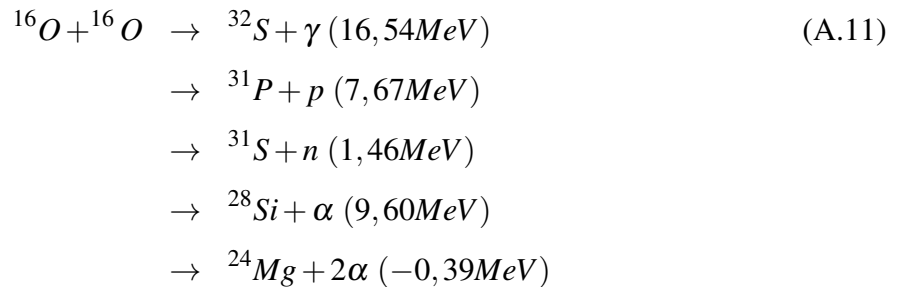
começando desta forma, a sintetização do oxigênio.

Findo o ciclo da queima do hélio no núcleo da estrela, composto agora basicamente de carbono e oxigênio, enquanto o envoltório se expande, acontece a contração das camadas centrais. O próximo ciclo será a queima do carbono ( $T > 10^8$ K) e do oxigênio ( $T > 10^9$ K) disponíveis no núcleo da estrela, caso a massa do núcleo seja maior que o limite de Chandrasekhar. A fusão do carbono pode se realizar (KIPPENHAHN, 1989) por meio de uma das

reações:



Já a fusão do oxigênio pode se realizar (KIPPENHAHN, 1989) através de uma das reações:



A partir da queima do Silício, processar-se-ão outras reações termonucleares, cujo resultado final será a síntese de núcleos cada vez mais pesados, até que sejam sintetizados os elementos do grupo do ferro. O  ${}^{56}\text{Fe}$  é o elemento que possui a energia de ligação máxima por nucleon, sendo assim o elemento mais estável. Todo processo de fusão que envolva o  ${}^{56}\text{Fe}$  é endotérmico. Deste ponto em diante, encerram-se os ciclos de reações termonucleares no interior da estrela e a estrela apresentará uma estrutura em camadas, chamada de estrutura de cebola.

## APÊNDICE B – NOTAÇÕES E CONVENÇÕES

Os quadrivetores<sup>1</sup> que aparecem no texto são definidos de acordo com a Tabela 1:

Contravariantes	Covariantes
$x^\mu = (t, \mathbf{x})$	$x_\mu = (t, -\mathbf{x})$
$\mathbf{p}^\mu = (E, \mathbf{p})$	$\mathbf{p}_\mu = (E, -\mathbf{p})$
$\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right)$	$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right)$

Tabela B.1: Definições dos vetores contravariantes e covariantes.

Na métrica de Minkowski, o tensor métrico é definido por

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Dados dois quadrivetores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , então o produto escalar entre eles é dado por:

$$a \cdot b = a_\mu b^\mu = a^\mu g_{\mu\nu} b^\nu = a^0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (\text{B.3})$$

Os índices gregos, como  $\mu, \nu$ , etc., assumem valores de 0 a 3, enquanto que os índices latinos, como  $i, j$ , etc., assumem valores de 1 a 3.

As matrizes de Dirac satisfazem as seguintes regras de anticomutação:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{B.4})$$

<sup>1</sup>Na relatividade, quadrivetor é um vetor no espaço de Minkowski (tetradimensional e real) que, sob uma transformação de Lorentz, comporta-se como as coordenadas espaço-temporais  $t, x, y$  e  $z$ .

Temos ainda as seguintes relações:

$$(\gamma^0)^2 = 1 \quad (\text{B.5})$$

$$(\gamma^0 \gamma^i)^2 = 1 \quad (\text{B.6})$$

$$\{\gamma^0, \gamma^i\} = 0 \quad (\text{B.7})$$

e também:

$$\gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu = (\gamma^0, -\widehat{\gamma}). \quad (\text{B.8})$$

A definição da matriz  $\gamma_5$  é:

$$\gamma_5 \equiv \gamma^5 \equiv i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3. \quad (\text{B.9})$$

As seguintes relações são satisfeitas pelos espinores de Dirac:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m) u(k, \lambda) = 0, \quad (\text{B.10})$$

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu + m) v(k, \lambda) = 0, \quad (\text{B.11})$$

$$\bar{u}(k, \lambda) (i\gamma_\mu \partial^\mu - m) = 0, \quad (\text{B.12})$$

$$\bar{v}(k, \lambda) (i\gamma_\mu \partial^\mu + m) = 0, \quad (\text{B.13})$$

e

$$u^\dagger(k, \lambda) u(k, \lambda') = v^\dagger(k, \lambda) v(k, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad (\text{B.14})$$

$$\bar{u}(k, \lambda) u(k, \lambda') = \bar{v}(k, \lambda) v(k, \lambda') = \delta_{\lambda\lambda'} \frac{m}{(k^2 + m^2)^{1/2}}. \quad (\text{B.15})$$

## APÊNDICE C – A EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO HIDROSTÁTICO

O equilíbrio no interior de uma estrela é mantido por duas forças opostas: a gravitacional, para dentro, e a força de pressão do gás estelar, para fora. Assim, se a estrela não está nem se expandindo nem se contraindo, ela tem que obedecer à equação de equilíbrio hidrostático, isto é, já que uma força resultante não nula implicaria movimentos e, portanto, mudanças na estrutura, todas as forças atuando em qualquer elemento de volume dentro da estrela têm que ser compensadas exatamente.

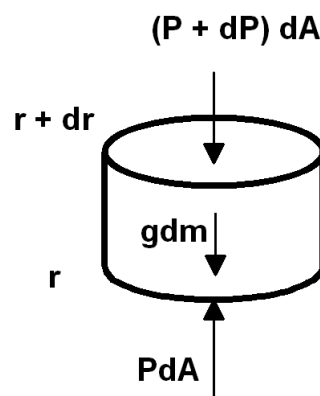


Figura C.1: Elemento de volume no interior da estrela.

Na figura C.1,  $dr$  é a altura do elemento de volume,  $dA$  é a área de sua seção transversal e  $dm$  sua massa, a existência do equilíbrio hidrostático implica a igualdade das forças gravitacional e de pressão do gás estelar.

Seja  $P$  a pressão exercida na face à altura  $r$  e  $P + dP$  a pressão exercida na face na altura  $r + dr$ , temos

$$(P + dP)dA + gdm = PdA \quad (\text{C.1})$$

Mas  $g = g(r)$  é a aceleração gravitacional devida à matéria no interior do volume  $dAdr$ . Portanto,

$$dPdA = -gdm. \quad (\text{C.2})$$



Como  $dm = \rho dA dr$ , chegamos a:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g. \quad (\text{C.3})$$

Para uma estrela esférica, temos que

$$g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} \quad (\text{C.4})$$

onde concluímos que

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \quad (\text{C.5})$$

que é a equação de equilíbrio hidrostático, mostrando que a força gravitacional é contrabalançada pela componente radial do gradiente da pressão do gás estelar.

## APÊNDICE D – A EQUAÇÃO DE TOLMAN- OPPENHEIMER-VOLKOFF (TOV)

Campos gravitacionais muito fortes, como no caso das estrelas de nêutron, são descritos pelas equações de campo de Einstein:

$$\mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathbf{g}_{\mu\nu}R = -\frac{8\pi G}{c^4}\mathbf{T}_{\mu\nu} \quad (\text{D.1})$$

onde  $\mathbf{R}_{\mu\nu}$  é o Tensor de Ricci,  $\mathbf{g}_{\mu\nu}$  é o tensor métrico e o escalar  $R$  é a curvatura de Riemann.  $\mathbf{T}_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momentum, o qual para um gás ideal, possui como únicas componentes diferentes de zero  $T_{00} = \rho c^2$ ,  $T_{11} = T_{22} = T_{33} = P$  ( $\rho$  é a densidade de energia,  $P$  é a pressão).

Estamos interessados em distribuições de massa simetricamente esféricas e estáticas (independentes do tempo) que é o caso típico de uma estrela de nêutron. Então o elemento de linha  $ds$ , a distância entre dois eventos vizinhos, é dado em coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$  na forma geral por:

$$ds^2 = A(r) dt^2 - B(r) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \quad (\text{D.2})$$

No caso em que  $r \rightarrow \infty$ , para que a métrica acima aproxime-se do tensor de Minkowski em coordenadas polares esféricas, impõe-se a condição

$$A(r) = \frac{c^2}{B(r)}, \quad r \rightarrow \infty. \quad (\text{D.3})$$

Para as equações de campo do espaço vazio há uma única solução

$$A(r) = c^2 \left[ 1 - \frac{2MG}{c^2 r} \right] \quad (\text{D.4})$$

nesta forma, a equação (D.2) é conhecida como a *métrica de Schwarzschild*.

O tensor momento-energia é dado por (WEINBERG, 1972)

$$\mathbf{T}_{\mu\nu} = P\mathbf{g}_{\mu\nu} + \left( \frac{P}{c^2} + \rho \right) \mathbf{u}_\mu \mathbf{u}_\nu \quad (\text{D.5})$$

onde  $P$  é a pressão,  $\rho$  é a densidade de massa relativística, e  $\mathbf{u}^\mu$  é o quadrivetor velocidade associado ao movimento do fluido, tem-se que

$$\mathbf{g}^{\mu\nu} \mathbf{u}_\mu \mathbf{u}_\nu = -1 \quad (\text{D.6})$$

Para um fluido em repouso, e a métrica dada pela equação (D.2), temos

$$u_r = u_\theta = u_\phi = 0; u_t = -[A(r)]^{-1/2} \quad (\text{D.7})$$

Com as simetrias envolvidas, percebe-se que as equações de Einstein, equação (D.1), se reduzem às três equações para  $R_{rr}$ ,  $R_{\theta\theta}$ , e  $R_{tt}$ , as quais podem ser resolvidas juntamente com a condição de equilíbrio para as funções métricas  $A(r)$ ,  $B(r)$ , onde chegamos a

$$B(r) = \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)^{-1} \quad (\text{D.8})$$

Sendo  $M(r)$  a massa inserida num raio  $r$

$$M(r) = \int_0^r 4\pi\rho(r') r'^2 dr', \quad (\text{D.9})$$

$$\frac{1}{A(r)} \frac{dA(r)}{dr} = -\frac{2dP/dr}{[\rho c^2 + P]} \quad (\text{D.10})$$

Substituindo (D.4) em (D.10), obtemos

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r) \frac{GM(r)}{r^2} \left[1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right] \left[1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2}\right] \left[1 - \frac{2GM(r)}{rc^2}\right]^{-1} \quad (\text{D.11})$$

que é a equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) para o equilíbrio hidrostático no contexto da relatividade geral (IRVINE, 1978; STRAUMANN, 1984).